Ćwiczenia (sala HS, obie grupy):
poniedziałek 11.06.2007 godz. 12-14,
wtorek 12.06.2007 godz. 10-12,
czwartek 14.06.2007 godz. 13-15.

13. Powtórzenie, uzupełnienie.

Bez korzystania z kalkulatora wstawić w miejsce znaków zapytania znak nierówności $<$ lub $>$:

925. $2\mathrm{arctg}34$? $\mathrm{arctg}33+\mathrm{arctg}35$ **926.** $\sqrt[4]{32}$? $\sqrt[4]{1.9}+\sqrt[4]{2.1}$

927. $2\sin 47^\circ$? $\sin 46^\circ+\sin 48^\circ$ **928.** 512 ? $3.99^{3.99}+4.01^{4.01}$

929. Uzupełnić znakami $<$ lub $>$:
LEMAT: Niech $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będą takimi funkcjami różniczkowalnymi, że $f(a)=g(a)$.
Jeżeli dla wszystkich $x>a$ zachodzi nierówność $f'(x)<g'(x)$, to dla $x>a$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.
Jeżeli dla wszystkich $x<a$ zachodzi nierówność $f'(x)<g'(x)$, to dla $x<a$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.

930. Uzupełnić znakami $<$ lub $>$:
LEMAT: Niech $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będą takimi funkcjami dwukrotnie różniczkowalnymi, że $f(a)=g(a)$ oraz $f'(a)=g'(a)$.
Jeżeli dla wszystkich $x>a$ zachodzi nierówność $f''(x)<g''(x)$, to dla $x>a$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.
Jeżeli dla wszystkich $x<a$ zachodzi nierówność $f''(x)<g''(x)$, to dla $x<a$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.

931. Uzupełnić znakami $<$ lub $>$:

LEMAT: Niech $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będą takimi funkcjami dwukrotnie różniczkowalnymi, że $f(a)=g(a)$ oraz $f(b)=g(b)$, gdzie $a<b$.

Jeżeli dla wszystkich $a<x<b$ zachodzi nierówność $f''(x)<g''(x)$, to dla $a<x<b$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.

Jeżeli dla wszystkich $a<x<b$ zachodzi nierówność $f''(x)>g''(x)$, to dla $a<x<b$ mamy $f(x)$ ..... $g(x)$.

Wstawić znaki $<$ lub $>$ i udowodnić podane nierówności:

932. $\ln(x+1)$ ..... x dla $x>0$

933. $\ln(x+1)$ ..... $x-\frac{x^2}{2}$ dla $x>0$

934. $\ln(x+1)$ ..... x dla $-1<x<0$

935. $\ln(x+1)$ ..... $x-\frac{x^2}{2}$ dla $-1<x<0$

936. $\ln(x+1)$ ..... $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ dla $x>0$

937. $\ln(x+1)$ ..... $\frac{x}{2}$ dla $0<x<2$

938. $\mathrm{arctg}x$ ..... x dla $x>0$

939. $\mathrm{arctg}x$ ..... $\frac{4x}{\pi}$ dla $0<x<1$

940. $\cos x$ ..... $1-\frac{x^2}{2}$ dla $x>0$

941. $\sin x$ ..... $\frac{3x}{\pi}$ dla $0<x<\frac{\pi}{6}$

942. $\sqrt{x}$ ..... $\frac{x+6}{5}$ dla $4<x<9$

943. $\sqrt{x}$ ..... $\frac{x+6.25}{5}$ dla $x\neq 6.25$

944. Dana jest funkcja ciągła $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$. Wiadomo, że

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=g\,.$$

Czy stąd wynika, że

$$\lim_{n\to\infty} f(n)=g\,?$$

Uwaga: Przyjmujemy, że x przebiega liczby rzeczywiste, a n liczby naturalne.

945. Dana jest funkcja ciągła $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$. Wiadomo, że

$$\lim_{n\to\infty} f(n)=g\,.$$

Czy stąd wynika, że

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=g\,?$$

946. Interesuje nas to z dwóch powyższych zadań, w którym odpowiedź brzmi **NIE**. Czy odpowiedź zmieni się na **TAK**, jeżeli o funkcji f założymy dodatkowo, że

a) jest różniczkowalna,

b) jest ograniczona,

c) jest rosnąca.

W każdym przypadku krótko uzasadnić odpowiedź **TAK** lub podać przykład uzasadniający odpowiedź **NIE**.

947. Obliczyć wartość całki

$$\int_0^1 \frac{dx}{5x^2-4x+1}\,.$$

W ostatecznej odpowiedzi nie używać funkcji **arctg**.