

#### 4. Całka nieoznaczona - podstawy. Całkowanie przez części i przez podstawienie.

Ćwiczenia: 26-27.03.2007

Kolokwium nr 4: 27.03.2007 (zad. 442-626)

Obliczyć  $\int f(x)dx$  jeśli  $f(x)$  dana jest wzorem:

571.  $10^x$       572.  $\sqrt[m]{x^n}$  ( $m, n \in \mathbb{N}$ )      573.  $a^x e^x$ ,  $a > 0$

574.  $3,4x^{-0,17}$       575.  $1-2x$       576.  $\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$

577.  $(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)$       578.  $\frac{\sqrt{x}-x^3e^x+x^2}{x^3}$

579.  $(x+1)^{22}$       580.  $\frac{x^{100}-1}{x-1}$       581.  $\sin^2 x$       582.  $\frac{x^3}{x+1}$

583.  $\frac{x\sqrt[6]{x}+\sqrt[7]{x}}{x^2}$

Znaleźć taką funkcję  $F$ , że  $F''(x)$  dane jest wzorem

584.  $x^2+2x$       585.  $\cos x$       586.  $e^{7x}$

Znaleźć taką funkcję  $F$ , że

587.  $F''(x) = x^2 + 1$ ,  $F'(0) = 2$ ,  $F(0) = 3$

588.  $F''(x) = \frac{1}{x^3}$ ,  $F'(2) = 1$ ,  $F(3) = 5$

589.  $F'''(x) = \sin x$ ,  $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$

590.  $F''(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $F'(1) = F'(-1) = 1$ ,  $F(1) = F(-1) = 3$

Obliczyć  $\int f(x)dx$ , jeśli  $f(x)$  dana jest wzorem:

591.  $x \sin 2x$       592.  $x e^{-x}$       593.  $x 3^x$       594.  $x^n \ln x$
595.  $x^3 e^{5x}$       596.  $e^x \sin^2 x$       597.  $x \sin x \cos x$       598.  $e^{3x} \sin 2x$
599.  $\sqrt{e^x - 1}$       600.  $e^x \sin e^x$       601.  $x e^{x^2}$
602.  $1 \cdot \sin \ln x$       603.  $e^{-x^2} x$       604.  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
605.  $e^{\sqrt[3]{x}}$       606.  $\frac{1}{x \ln x \ln \ln x}$       607.  $\cos x \cdot e^{\sin x}$       608.  $6^{1-x}$
609.  $\sin^5 x \cos x$       610.  $\operatorname{tg} x$       611.  $x e^{x^2} (x^2 + 1)$       612.  $e^{5x} \sin 3x$
613.  $e^{5x} \cos 3x$       614.  $\sin 3x \cdot \sin 5x$       615.  $\sin 15x \cdot e^{-4x}$
616.  $\frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1}$       617.  $\frac{\operatorname{arctg}^7 x + 9 \operatorname{arctg}^5 x}{x^2 + 1}$       618.  $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$
619.  $\frac{\ln^7 x + \ln^2 x}{x}$       620.  $e^{-x^2} x^5$       621.  $\sin \sqrt{x}$
622.  $\frac{\sqrt{2 + \ln x}}{x}$       623.  $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$       624.  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$       Wsk.  $x = \sin t$

Znaleźć wszystkie takie funkcje  $F$ , że  $F''(x)$  dane jest wzorem

625.  $x e^x$       626.  $\frac{1}{x}$

Dla spragnionych większej ilości zadań:

W. Krysicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, część I,

Rozdział XV **Całki nieoznaczone**,

Rozdział XVI **Całki funkcji wymiernych**,

§17.1 **Całki z pierwiastków z wyrażenia liniowego**.

## 5. Całka nieoznaczona (c.d.). Całkowanie funkcji wymiernych.

Ćwiczenia: 2-3.04.2007

Kolokwium nr 5: 3.04.2007 (zad. 442-679)

Obliczyć  $\int f(x)dx$ , jeśli  $f(x)$  dana jest wzorem:

627.  $\frac{5x^2 - 12}{(x^2 - 6x + 13)^2}$       628.  $\operatorname{arctg}x$       629.  $\operatorname{arctg}\sqrt{x}$
630.  $\frac{1}{1 + \sqrt{x+1}}$       631.  $x^2 \ln(x+1)$
632.  $\frac{x}{(x+1)(2x+1)}$       633.  $\frac{x}{x^2 - 7x + 10}$       634.  $\frac{x-2}{x^2 - 7x + 12}$
635.  $\frac{x}{2x^2 - 3x - 2}$       636.  $\frac{4x+3}{(x-2)^3}$       637.  $\frac{x^3+1}{x^3-x^2}$
638.  $\frac{x^4}{x^2+1}$       639.  $\frac{1}{(x^2+9)^3}$       640.  $\frac{x^3+x-1}{(x^2+2)^2}$
641.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$       642.  $\frac{1}{x\sqrt{x+1}}$       643.  $\frac{1}{1+\sqrt[3]{x+1}}$
644.  $\frac{e^x-1}{e^x+1}$       Wsk.  $t = e^x$       645.  $1 \cdot \ln(1+x^2)$       646.  $\frac{x^2}{1+x^3}$
647.  $x \ln(x^2+1)$       648.  $\frac{1}{x^2-x-1}$       649.  $\frac{7x^6+3x^2+4x}{x^7+x^3+2x^2+4}$
650.  $\sqrt{x} \ln x$       651.  $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$       652.  $\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$       653.  $\frac{e^x}{e^{3x}-1}$
654.  $\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}}$       655.  $\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$       656.  $\frac{1}{x^6+x^4}$

$$657. \frac{1}{(x^2+2x+2)(x^2-4)} \quad 658. \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x+2}}} \quad 659. \frac{x^4}{x^{15}-1}$$

$$660. \frac{1}{x^4+1} \quad \text{Wsk. } x^4+1=(x^2+ax\pm 1)(x^2+bx\pm 1)$$

$$661. x^2 \arctg x \quad 662. \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}$$

Sprowadzić następujące całki do całek funkcji wymiernych

$$663. \int \sin^{10} x dx \quad 664. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x} \quad 665. \int \frac{x^{20}}{x^{30} + \sqrt{x+1}} dx$$

$$666. \int \frac{\sqrt[5]{x+32}+11}{\sqrt[7]{x+32}+x} dx \quad 667. \int \sqrt[7]{21+\sqrt[3]{x+5}} dx$$

$$668. \int \frac{\sqrt{x+7}+x}{x^2\sqrt{x+7}+4} dx$$

$$669. \int \sqrt{x^2+1} dx \quad \text{Wsk. } \sqrt{x^2+1}=x+t$$

$$670. \int \sqrt{x^2-1} dx \quad \text{Wsk. } \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}=t$$

$$671. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+9}} \quad 672. \int \sqrt{x^2-16} x^7 dx$$

Wyrazić  $I_n$  przy pomocy  $I_{n-1}$  lub  $I_{n-2}$

$$673. I_n(x) = \int \frac{1}{(x^2+4)^n} dx \quad 674. I_n(x) = \int x^n e^x dx$$

$$675. I_n(x) = \int x^n \sin x dx$$

$$676. I_n(x) = \int \sin^n x dx \quad \text{Wsk. } \sin x \cdot \sin^{n-1} x \text{ przez części}$$

$$677. I_n(x) = \int \ln^n x dx \quad 678. I_n(x) = \int x^n e^{x^2} dx$$

$$679. \text{Znaleźć takie } F, \text{ że } F''(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}, F'(0) = 0, F(0) = 5$$