

**3. Pochodne wyższego rzędu.****Wzór Taylora.****Wypukłość funkcji.**

Ćwiczenia: 19-20.03.2007

Kolokwium nr 3: 20.03.2007 (zad. 442-570)

Obliczyć pochodną rzędu 3 funkcji zmiennej  $x$  danej wzorem

$$527. (x+1)^6 \quad 528. x^6 - 4x^3 + 4 \quad 529. \frac{1}{1-x}$$

$$530. x^3 \ln x \quad 531. e^{2x-1} \quad 532. \cos x$$

$$533. (x^2+1)^3 \quad 534. e^{x^2} \quad 535. \ln(x^2) \quad 536. (x-7)^{50}$$

Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu  $n$  funkcji zmiennej  $x$  danej wzorem

$$537. \ln(x^{10}) \quad 538. x \ln x \quad 539. \sqrt{x}$$

$$540. x^2 \sin x \quad 541. \frac{1-x}{1+x} \quad 542. xe^x$$

$$543. \sin 5x \quad 544. x^7 \quad 545. e^{4x}$$

$$546. x + \frac{1}{x} \quad 547. x^2 e^{-x} \quad 548. \sin^2 x$$

$$549. \text{Dowieść, że } (f(x)g(x))^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x)g^{(n-k)}(x) .$$

Obliczyć przybliżone wartości następujących liczb korzystając z trzech wyrazów (zerowego, pierwszego i drugiego) odpowiednio dobrego szeregu Taylora. Oszacować błąd przybliżenia na podstawie wzoru Taylora.

$$550. \sqrt[4]{24} \quad 551. \sqrt[4]{e} \quad 552. \sqrt[3]{126} \quad 553. \sqrt[7]{126}$$

554.  $\ln(1,44)$       555.  $\sin \frac{1}{10}$       556.  $\operatorname{arctg} \frac{1}{10}$       557.  $\sqrt{50}$

558. Wyznaczyć promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x) = \sqrt{x+2}.$$

559. Wyznaczyć promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x) = \frac{1}{x+3}.$$

560. Wyznaczyć promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x) = \ln(x+e).$$

561. Zbadać, w jakim przedziale jest zbieżny szereg

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

i podać wzór na jego sumę w tym przedziale.

Znaleźć punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

562.  $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$       563.  $x^8 - x^2 + 7x - 15$       564.  $e^{-x^2}$

565.  $\sin^4 x$       566.  $\sqrt{x} - \ln x$       567.  $x^4 + \sqrt[4]{x}$

568. Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^2$  w punkcie  $(2,4)$  z osią  $OY$ .

569. Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = e^x$  w punkcie  $(0,1)$  z osią  $OX$ .

570. Znaleźć punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji  $f(x) = x^3$  odpowiednio w punktach  $(-1,-1)$  i  $(2,8)$ .