Powtórki i uzupełnienia II.

Konwersatorium 16.01.2007 (zad. testowe i przykłady z kolokwiów)

Ćwiczenia 10.01.2007 (zad. 413-424)

Obliczyć sumy szeregów

413. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{n}{3}}$

414. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$

415. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+3)}$

416. Uzupełnić i u(dowo/zasa)dnić następującą wersję twierdzenia o zagęszczaniu:

Jeżeli (a_n) jest malejącym ciągiem liczb dodatnich, to szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy zbieżny jest szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ldots\ldots a_{n^3}\,.$$

417. Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1000}{n^3+1}\,.$$

Wzór Stirlinga:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n/e)^n \cdot \sqrt{2\pi n}}{n!} = 1\,.$$

418. Niech

$$a_n = \frac{(3n)!}{(n!)^3}.$$

Dobrać takie liczby p oraz q, że granica

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^p \cdot q^n}{a_n}$$

istnieje i jest różna od zera. Obliczyć wartość tej granicy dla tak dobranych p i q.

419. Dobrać takie liczby p, q oraz r, że granica

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(8n)! \cdot ((2n)!)^p}{((4n)!)^q \cdot (n!)^r}$$

istnieje i jest różna od zera. Obliczyć wartość tej granicy dla tak dobranych p, q i r.

Wskazać taką liczbę M, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$|f(x)| \leqslant M.$$

420. $f(x) = \dfrac{2x^4+13x^2+7}{5x^4+x^2+2}$

421. $f(x) = \dfrac{5x^4+x^2+2}{2x^4+13x^2+7}$

422. $f(x) = e^{\sin x}$

423. $f(x) = \dfrac{x}{x^4+3}$

424. $f(x) = \dfrac{x^{1000}}{2^{|x|}}$