EGZAMIN, ANALIZA A3, część I, 18.02.2008, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **1.**

Rozstrzygnąć istnienie granicy

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ z\to 0}} \frac{xyz^5}{x^2+y^4+z^{2n}}$$

w zależności od parametru naturalnego n.

EGZAMIN, ANALIZA A3, część I, 18.02.2008, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **2.**

Metryką na zbiorze M nazywamy każdą funkcję $d: M\times M \to [0,+\infty)$ spełniającą warunki:

1° $\underset{x,y\in M}{\forall} (d(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y)$

2° $\underset{x,y\in M}{\forall} d(x,y)=d(y,x)$

3° $\underset{x,y,z\in M}{\forall} d(x,z)\leqslant d(x,y)+d(y,z)$

Rozstrzygnąć, czy funkcja d określona wzorem

$$d((x_1,x_2,x_3),\,(y_1,y_2,y_3))=(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2+(x_3-y_3)^2$$

jest metryką na $\mathbb{R}^3$.

EGZAMIN, ANALIZA A3, część I, 18.02.2008, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **3.**

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x,y,z)=x+8y+27z$$

na zbiorze

$$Z=\Big\{(x,y,z):\, x^3+y^3+z^3=1\Big\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

EGZAMIN, ANALIZA A3, część I, 18.02.2008, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **4.**

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x,y,z)=x+8y+27z$$

na zbiorze

$$Z=\left\{(x,y,z):\,x^4+y^4+z^4=1\right\}$$

oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.