

.....  
**EGZAMIN, ANALIZA A2, część I, 14.09.2007, 11.30-12.50**

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

*Zadanie* **1.**

Funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ma ciągłą pochodną rzędu pierwszego na całej prostej. Wiadomo, że  $f(0) = 0$ ,  $f(5) = 9$ , a ponadto dla dowolnej liczby rzeczywistej  $x$  zachodzi

$$f'(x) \neq 3.$$

Dowieść, że wówczas zachodzi nierówność

$$|f(3) - \dots\dots\dots| < 3.$$

W miejsce kropek należy wpisać **konkretną** liczbę rzeczywistą (niezależną od  $f$  !!!).

## Zadanie 2.

W każdym z zadań 2.1-2.2 udziel **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.  
Za każde zadanie, w którym podasz wszystkie poprawne odpowiedzi, otrzymasz 2 punkty.  
Gdy w zadaniu braknie ci do kompletu 1 poprawnej odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.  
Za poprawne rozwiązanie obu zadań otrzymasz **5 punktów**.

2.1 Czy podana całka niewłaściwa jest zbieżna

a)  $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^2+2} dx$  .....

b)  $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^3+2} dx$  .....

c)  $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+\sqrt{x}} dx$  .....

d)  $\int_0^1 \frac{x^2+1}{x^2+\sqrt{x}} dx$  .....

e)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^3+\sqrt{x}} dx$  .....

f)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+\sqrt{x}} dx$  .....

g)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+x} dx$  .....

2.2 Czy prawdziwa jest nierówność

a)  $\int_2^4 \frac{dx}{\log_2 x} < 1$  .....

b)  $\int_2^4 \frac{dx}{\log_2 x} < 2$  .....

c)  $\int_4^8 \frac{dx}{\log_2 x} < 2$  .....

d)  $\int_4^8 \frac{dx}{\log_2 x} < 3$  .....

e)  $\int_{20}^{30} \frac{dx}{\log_2 x} < 3$  .....

f)  $\int_{20}^{30} \frac{dx}{\log_2 x} < 4$  .....

g)  $\int_{33}^{63} \frac{dx}{\log_2 x} < 4$  .....

h)  $\int_{33}^{63} \frac{dx}{\log_2 x} < 5$  .....

.....  
**EGZAMIN, ANALIZA A2, część I, 14.09.2007, 11.30-12.50**

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

*Zadanie* **3.**

Obliczyć wartość całki

$$\int_2^6 \frac{2x-7}{4x^2+17x+4} dx.$$

Pamiętać o uproszczeniu wyniku.

*Zadanie* **4.**

Wyznaczyć obszar zbieżności zespolonego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2i)^n z^{2n}}{\sqrt{n}}.$$