

.....

EGZAMIN, ANALIZA A2, część II, 3.07.2007, 14.40-16.00

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **5.**

Znaleźć największą liczbę całkowitą dodatnią n , dla której istnieje taka liczba rzeczywista A , że funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x} - 1 + \ln(x+1)}{x^n} & \text{dla } x \neq 0 \\ A & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze i obliczyć $f'(0)$ dla tych wartości n i A .

Zadanie **6.**

Wyznaczyć kresy zbioru

$$A = \left\{ \int_0^a x^2 - a dx : a \in (0, 3) \right\}$$

i określić, czy należą one do zbioru A .

.....

EGZAMIN, ANALIZA A2, część II, 3.07.2007, 14.40-16.00

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie 7.

Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ma ciągłą pochodną rzędu pierwszego na całej prostej. Wiadomo, że $f(0) = 0$, $f(7) = 12$, a ponadto dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$1 < f'(x) < 2.$$

Dowieść, że wówczas zachodzi nierówność

$$|f(4) - \dots\dots\dots| < 1.$$

W miejsce kropek należy wpisać **konkretną** liczbę rzeczywistą (niezależną od f !!!).

Zadanie **8.**

Rozstrzygnąć zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{x^p + 1}{\sqrt{x^5 + x}} dx$$

w zależności od parametru rzeczywistego dodatniego p .