

.....

EGZAMIN, ANALIZA A2, część I, 3.07.2007, 13.00-14.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

Zadanie **1.**

W poniższym zadaniu udziel 14 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

Za udzielenie **n** poprawnych odpowiedzi otrzymasz **max(0, n – 9) punktów**.

Czy dla dowolnej funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mającej ciągłą pochodną rzędu pierwszego i takiej, że  $f(0) = 0$ , prawdziwa jest podana implikacja (zmienna  $x$  przebiega liczby rzeczywiste spełniające nierówność podaną pod kwantyfikatorem)

a)  $\left( \forall_{x>0} f(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f'(x) > 0 \right)$  .....

b)  $\left( \forall_{x>0} f'(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f(x) > 0 \right)$  .....

c)  $\left( \forall_{x<0} f(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x<0} f'(x) > 0 \right)$  .....

d)  $\left( \forall_{x<0} f(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x<0} f'(x) < 0 \right)$  .....

e)  $\left( \forall_{x<0} f'(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x<0} f(x) > 0 \right)$  .....

f)  $\left( \forall_{x<0} f'(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x<0} f(x) < 0 \right)$  .....

g)  $\left( \forall_{x>0} f(x) \neq 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f'(x) \neq 0 \right)$  .....

h)  $\left( \forall_{x>0} f'(x) \neq 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f(x) \neq 0 \right)$  .....

i)  $\left( \forall_{x>0} f(x) = 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f'(x) = 0 \right)$  .....

j)  $\left( \forall_{x>0} f'(x) = 0 \right) \Rightarrow \left( \forall_{x>0} f(x) = 0 \right)$  .....

k)  $\left( \exists_{x>0} f(x) = 0 \right) \Rightarrow \left( \exists_{x>0} f'(x) = 0 \right)$  .....

l)  $\left( \exists_{x>0} f'(x) = 0 \right) \Rightarrow \left( \exists_{x>0} f(x) = 0 \right)$  .....

m)  $\left( \exists_{x>0} f(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \exists_{x>0} f'(x) > 0 \right)$  .....

n)  $\left( \exists_{x>0} f'(x) > 0 \right) \Rightarrow \left( \exists_{x>0} f(x) > 0 \right)$  .....

## Zadanie 2.

W każdym z zadań **2.1-2.3** udziel czterech **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**, a w zadaniu **2.4** wstaw znaki w miejsce kropek.

Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.

Za udzielenie 15 poprawnych odpowiedzi otrzymasz **4 punkty**, a za udzielenie poprawnych odpowiedzi we wszystkich 16 podpunktach otrzymasz **5 punktów**.

**2.1** Czy podany szereg liczbowy o wyrazach zespolonych jest zbieżny

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + i}{n^4 + i}$  .....

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n^3 \cdot i}{n^4 + i}$  .....

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + i}{n^4 + i}$  .....

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n^2 \cdot i}{n^4 + i}$  .....

**2.2** Czy funkcja  $f(x) = a \cdot |x| + b \cdot \sin|x| + c \cdot \cos|x|$  jest różniczkowalna w zerze, jeżeli

a)  $a = 1, b = 1, c = 1$  .....

b)  $a = -1, b = 1, c = 1$  .....

c)  $a = 1, b = -1, c = 1$  .....

d)  $a = 1, b = 1, c = -1$  .....

**2.3** Czy prawdziwa jest nierówność

a)  $\int_2^4 2^x dx > 10$  .....

b)  $\int_{-10}^0 2^x dx > 10$  .....

c)  $\int_0^2 2^x dx > 10$  .....

d)  $\int_4^5 2^x dx > 10$  .....

**2.4** Wstaw jeden ze znaków " $>$ ", " $<$ ", " $=$ "

a)  $\int_{-1}^1 x^2 \cdot \sqrt{x^8 + 1} dx$  ..... 0

b)  $\int_{-2}^1 x^3 \cdot \sqrt{x^8 + 1} dx$  ..... 0

c)  $\int_{-1}^2 x^5 \cdot \sqrt{x^8 + 1} dx$  ..... 0

d)  $\int_{-2}^2 x^7 \cdot \sqrt{x^8 + 1} dx$  ..... 0

.....

EGZAMIN, ANALIZA A2, część I, 3.07.2007, 13.00-14.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

*Zadanie* **3.**

Obliczyć wartość całki

$$\int_0^{\pi/3} \cos^5 x \, dx .$$

Zadanie **4.**

Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{e^x + 1}{e^{3x} + e^x} dx .$$