13. Znajdowanie najmniejszej i największej wartości funkcji na przedziale domkniętym. Reguła de l'Hospitala.

Wykład: 10,13,17.01.2005 Ćwiczenia: 20.01.2005

520. Rozważamy graniastosłupy prawidłowe o podstawie trójkątnej i objętości 1. Który z nich ma najmniejsze pole powierzchni całkowitej?

521. Potrzebna jest kadź w kształcie walca, otwarta u góry, której dno i bok wykonane są z tego samego materiału. Kadź ma mieć pojemność 257 hektolitrów. Jaki powinien być stosunek średnicy dna do wysokości kadzi, aby do jej wykonania potrzeba było jak najmniej materiału?

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji określonej podanym wzorem w podanym przedziale

522. $x^2+2x+21$, $[-2,7]$ **523.** $|x^2-1|+3x$, $[-2,2]$

524. $|x+1|+x^2$, $[-10,10]$ **525.** $|10x-1|+x^3$, $[0,1]$

526. $\ln x-\frac{x}{10}$, $[1,e^3]$ **527.** $|\sin x|+\frac{x}{2}$, $[0,2\pi]$

528. $x^{1/x}$, $[2,4]$ **529.** $3\sin x+\sin 3x$, $[0,2\pi]$

Obliczyć granice

530. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}-\frac{1}{\sin x}$ **531.** $\lim\limits_{x\to\infty}x^{1/x}$ **532.** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

533. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\cos x-x^2-2}{x\sin x-x^2}$ **534.** $\lim\limits_{x\to\infty}xe^{-x}$ **535.** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}$

536. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}$ **537.** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{e^x}-e}{x}$ **538.** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}$

539. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}$ **540.** $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x-x+1}{(x-1)^2}$ **541.** $\lim\limits_{x\to e}\frac{\ln\ln x}{x-e}$

542. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4}{e^x}$ **543.** $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^x-4}{x-2}$

544. Niech $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1} & \text{dla} \quad x\neq 0\\ A & \text{dla} \quad x=0\end{cases}$.

Dla jakiego A istnieje $f'(0)$ i ile wynosi?

545. Niech $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-\pi^2}{\sin x} & \text{dla} \quad x\notin\{k\pi;k\in\mathbb{Z}\} \\ A_k & \text{dla} \quad x=k\pi,\ k\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Dla jakich A_k $(k\in\mathbb{Z})$ istnieją $f'(k\pi)$ i ile wynoszą?

546. Niech $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x-1}{\cos^2 x} & \text{dla} \quad x\notin\{k\pi+\frac{\pi}{2};k\in\mathbb{Z}\} \\ A_k & \text{dla} \quad x=k\pi+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Dla jakich A_k $(k\in\mathbb{Z})$ istnieją $f'(k\pi+\frac{\pi}{2})$ i ile wynoszą?

547. Niech $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{\sin(\pi x)} & \text{dla} \quad x\notin\mathbb{Z} \\ x^2-2x & \text{dla} \quad x\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x\in\mathbb{Z}$, dla których istnieje.

548. Niech $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$.

Obliczyć $f''(0)$.

549. Niech $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\cos(\pi x)+1}{\sin(\pi x)} & \text{dla} \quad x\notin\mathbb{Z} \\ x^3-x & \text{dla} \quad x\in\mathbb{Z} \end{cases}$.

Obliczyć $f'(x)$ dla tych $x\in\mathbb{Z}$, dla których istnieje.

550. Niech

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{3x}-3e^x+2}{x^2} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}.$$

Dla jakiego A istnieje $f'(0)$ i ile wynosi?

14. Szeregi potęgowe. Wzór Taylora. Wypukłość funkcji.

Wykład: 20,24,26.01.2005 Ćwiczenia: 24,26,27.01.2005

Znaleźć przedziały zbieżności następujących szeregów potęgowych

551. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\binom{3n}{n}x^n}{n^2}$ **552.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n}{n^{n+2}}x^n$ **553.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+7}x^{6n}}{\sqrt{n}}$

554. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(54n+1)^n x^{3n}}{(81n+2)^n}$ **555.** $\sum_{n=1}^{\infty}10^{n^2}x^{n^3}$ **556.** $\sum_{n=1}^{\infty}n!x^{2^n}$

557. $\sum_{n=0}^{\infty}n!x^n$ **558.** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{10^n x^n}{n^{10}}$ **559.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n}$

560. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 10^{n-1}}$ **561.** $\sum_{n=1}^{\infty}50^n x^{2n+5}$ **562.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$

563. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2+n}-n}$ **564.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+5}x^{3n+7}}{n\cdot 6^{2n}}$ **565.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!x^n}{(n!)^3}$

Obliczyć promienie zbieżności następujących szeregów potęgowych

566. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}x^{n+7}$ **567.** $\sum_{n=0}^{\infty}\binom{4n}{n}x^n$ **568.** $\sum_{n=0}^{\infty}n!x^{n^2}$

569. $\sum_{n=0}^{\infty}\binom{n+10}{n}x^n$ **570.** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!(3n)!}{(2n)!(2n)!}x^n$

Obliczyć przybliżone wartości następujących liczb korzystając z trzech wyrazów (zerowego, pierwszego i drugiego) odpowiednio dobranego szeregu Taylora. Oszacować błąd przybliżenia.

571. $\sqrt{24}$ **572.** $\sqrt[4]{e}$ **573.** $\sqrt[3]{126}$ **574.** $\sqrt[7]{126}$ **575.** $\ln(1{,}44)$

576. $\sin\frac{1}{10}$ **577.** $\mathrm{arctg}\frac{1}{10}$ **578.** $\sqrt{50}$

579. Jaki jest promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x)=\sqrt{x+2}\ ?$$

580. Jaki jest promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x)=\frac{1}{x+3}\ ?$$

581. Jaki jest promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji

$$f(x)=\ln(x+e)\ ?$$

582. Zbadać, w jakim przedziale jest zbieżny szereg

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

i podać wzór na jego sumę w tym przedziale.

Znaleźć punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

583. x^3+2x^2+3x+4 **584.** $x^8-x^2+7x-15$ **585.** e^{-x^2}

586. $\sin^4 x$ **587.** $\sqrt{x}-\ln x$ **588.** $x^4+\sqrt[4]{x}$

589. Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x)=x^2$ w punkcie $(2,4)$ z osią OY.

590. Znaleźć punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x)=e^x$ w punkcie $(0,1)$ z osią OX.

591. Znaleźć punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x)=x^3$ odpowiednio w punktach $(-1,-1)$ i $(2,8)$.

Egzamin

Egzamin odbędzie się w środę 9 lutego 2005r. w godz. 10-13 w salach HS, WS, EM.

Egzamin poprawkowy odbędzie się po 20 lutego (dokładny termin zosatnie wyznaczony po ustaleniu planu zajęć na semesrtr letni).

Studentowi przysługują dwie próby zdania egzaminu (pierwszy termin i egzamin poprawkowy). Jeżeli z usprawiedliwionych powodów student nie przystąpił do egzaminu, student może złożyć podanie do Dziekana o przedłużenie sesji i umożliwienie zdawania egzaminu w marcu.

Proszę pamiętać, że niedyspozycja spowodowana chorobą lub przyczynami osobistymi, może usprawiedliwiać nieprzystąpienie do egzaminu, nie może jednak w żadnym wypadku być podstawą do unieważnienia wyniku egzaminu i przywrócenia wykorzystanego terminu, jeśli student do egzaminu przystąpił.