Zajęcia z piątku 27.05.2005 przeniesione na środę 25.05.2005:
konwersatorium 8-9 s. HS,
wykład 9-11 s. HS.
W poniedziałek 30.05.2005 zamiast wykładu odbędą się ćwiczenia (wspólne dla obu grup).

11. Funkcje dwóch zmiennych

Ćwiczenia 2.06.2005

Opisać lub naszkicować obszar będący dziedziną funkcji dwóch zmiennych

976. $f(x,y)=\sqrt{1-\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}}$ **977.** $f(x,y)=\ln(y^2-4x+8)$

978. $f(x,y)=\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}$ **979.** $f(x,y)=\sqrt{x-\sqrt{y}}$

980. $f(x,y)=\arcsin\frac{x^2+y^2}{4}$ **981.** $f(x,y)=\sqrt{x\sin y}$

982. $f(x,y)=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}$ **983.** $f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}+\sqrt{x+2}$

984. $f(x,y)=\sqrt{x^2-y}+\sqrt{x^2+y}$ **985.** $f(x,y)=\arcsin\frac{x}{y}$

986. $f(x,y)=\sqrt{x^2-y^2}$ **987.** $f(x,y)=\ln(x^2+y^2-9)$

988. $f(x,y)=\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos y}$ **989.** $f(x,y)=\ln(xy)$

990. $f(x,y)=\sqrt{25-x^2-y^2}-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$

Zbadać ciągłość funkcji dwóch zmiennych - określić, w których punktach funkcje są ciągłe, a w których nieciągłe

991. $f(x,y)=\begin{cases} x^2-y^2 & \text{dla} \quad x\geqslant y \\ x-y & \text{dla} \quad x<y \end{cases}$

992. $f(x,y)=\begin{cases} x^2-y & \text{dla} \quad x\geqslant 0 \\ 0 & \text{dla} \quad x<0 \end{cases}$

993. $f(x,y)=\begin{cases} |x|+|y| & \text{dla} \quad x^2+y^2\leqslant 1 \\ 2 & \text{dla} \quad x^2+y^2>1 \end{cases}$

994. $f(x,y)=\operatorname{sgn}(x+y)$

995. $f(x,y)=\begin{cases} \frac{e^{xy}-1}{x} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ 1 & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$

996. $f(x,y)=\begin{cases}\frac{e^{xy}-1}{x} & \text{dla} \quad x\neq 0\\ y & \text{dla} \quad x=0\end{cases}$

997. $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y} & \text{dla} \quad x,y\in\mathbb{R}_+\cup\{0\}\\ 0 & \text{dla} \quad \{x,y\}\cap\mathbb{R}_-\neq\emptyset\end{cases}$

998. $f(x,y)=y\cdot\operatorname{sgn}x$ **999.** $f(x,y)=\begin{cases}|x| & \text{dla} \quad y>x^2\\ x & \text{dla} \quad y=x^2\\ y & \text{dla} \quad y<x^2\end{cases}$

Zbadać istnienie następujących granic, obliczyć wartość, jeśli granica istnieje

1000. $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 4}}(x-3)(\ln y-\ln 4)$ **1001.** $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 4}}\frac{\ln y-\ln 4}{x-3}$

1002. $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 4}}\frac{e^{(x-3)^2+(y-4)^2}-1}{(x-3)^2+(y-4)^2}$ **1003.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}e^{y-x^2}$

1004. $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0}}e^{y/x^2}$ **1005.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0}}e^{y^2/x}$ **1006.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ |y|\leqslant x^2}}\frac{xy}{x^4+y^4}$

1007. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}xy\ln(x^2+y^2)$ **1008.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x^3y}{x^6+y^2}$

1009. $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0+}}\sqrt{x}\sqrt{y}$ **1010.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ |y|\leqslant|x|}}\frac{x^2y}{x^4+y^2}$ **1011.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ |x|\leqslant|y|}}\frac{x^2y}{x^4+y^2}$

1012. $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0+}}x^y$ **1013.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0+}}x\ln y$ **1014.** $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}}\frac{x-y}{x+y}$ **1015.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}x\ln y$

1016. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ t\to 3}}\frac{x^3}{x^2+\sqrt{(t-3)^2}}$ **1017.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 5}}\frac{y}{y^2+1}$ **1018.** $\lim\limits_{\substack{y\to 0\\ z\to 0+}}\frac{y^2}{y^2+z}$

1019. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}\frac{x^2}{x^2+\sqrt{(y-2)^2}}$ **1020.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0}}\frac{y^2}{x}$ **1021.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0\\ |y|\leqslant x}}\frac{y^2}{x}$

1022. $\lim\limits_{\substack{x\to 0+\\ y\to 0\\ |y|\leqslant x}}\frac{y}{x}$

12. Pochodne cząstkowe rzędu pierwszego, pochodne kierunkowe, różniczkowalność, gradient. Wartości ekstremalne funkcji dwóch zmiennych.

Ćwiczenia 9.06.2005 (wspólne dla obu grup w sali HS)

Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu następujących funkcji

1023. $f(x,y)=\frac{x^{10}y^{20}}{x^2+y^2}$, $f(0,0)=0$ **1024.** $f(x,y)=\frac{e^{xy}-1}{x}$, $f(0,y)=y$

1025. $f(x,y)=\frac{xy^2}{x^2+y^4}$, $f(0,0)=0$ **1026.** $f(x,y)=x^7y^9+xe^{xy}$

1027. $f(x,y)=\sin(x^2+y^3)$

1028. $f(x,y)=x^y$ **1029.** $f(x,y)=x^{y^x}$

1030. $f(x,y)=\frac{xy}{x^2+y^2}$, $f(0,0)=0$

1031. $f(x,y)=\frac{\sin(xy)}{x}$, $f(0,y)=y$

1032. $f(x,y)=xy\ln(x^2+y^2)$, $f(0,0)=0$

1033. $f(x,y)=\frac{\cos(xy)}{xy-\frac{\pi}{2}}$, $f(x,\frac{\pi}{2x})=-1$

1034. $f(x,y)=\frac{(\cos x-1)\sin y}{x}$, $f(0,y)=0.$

1035. Obliczyć pochodną cząstkową rzędu pierwszego względem x funkcji f danej wzorami
$f(x,y)=\frac{(e^x-1)(e^y-1)}{xy}$, $f(x,0)=\frac{e^x-1}{x}$, $f(y,0)=\frac{e^y-1}{y}$, $f(0,0)=1.$

Obliczyć pochodną funkcji

1036. $f(x,y)=x^8y^4+e^{x^2y}$ w punkcie $(0,5)$ wzdłuż wektora $(-1,2)$

1037. $f(x,y)=\sin^2(x^2y^2)$ w punkcie $(\pi,\frac{1}{\pi})$ wzdłuż wektora $(3,7)$

1038. $f(x,y)=x^{y+1}$ w punkcie $(2,2)$ wzdłuż wektora $(1,1)$

1039. $f(x,y)=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ w punkcie $(1,2)$ w kierunku wektora $(3,-4)$

1040. $f(x,y)=\frac{1}{x^2+y^2}$ w punkcie $(1,1)$ w kierunku wektora $(5,12)$

UWAGA: Przyjmujemy, że pochodna w kierunku wektora jest pochodną wzdłuż wektora znormalizowanego, tzn. podzielonego przez swoją długość.

Obliczyć pochodną w kierunku podanego wektora

1041. $f(x,y)=\sin x+y^2x$, $(1,1)$

1042. $f(x,y)=e^{xy}+x^8$, $(3,-4)$

1043. $f(x,y)=2xy+x^2y^2$, $(1,-1)$

1044. $f(x,y)=x(x+y)^{20}$, $(5,12)$

Obliczyć gradient funkcji

1045. $f(x,y)=x^2+y^2$ **1046.** $f(x,y)=x^2+3\sin y$

1047. $f(x,y)=1-x^2-4y^2$

1048. $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ **1049.** $f(x,y)=x+2y+3$

Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji na zbiorze zdefiniowanym podanymi warunkami

1050. $f(x,y)=x^6+y^6+xy$, $x,y\in[-1,1]$

1051. $f(x,y)=x^2+y^2+4\operatorname{arctg}(xy)$, $x,y\in[0,10]$

1052. $f(x,y)=x^4+y^4$, $x,y\in[0,10]$, $x+8y\geqslant 9$

1053. $f(x,y)=|x|+(x+y)^2+\frac{3}{2}y$, $x,y\in[-1,1]$

1054. $f(x,y)=\frac{1}{2+xy}+\frac{x}{8}$, $x,y\in[-1,1]$

1055. $f(x,y)=9(x-1)^2+16(y-2)^2$, $x\in[0,2]$, $0\leqslant y\leqslant x^2$

13. Egzamin.

Egzamin odbędzie się w środę 22 czerwca 2005 w godz. 9-12 w salach HS i EM.