Test kwalifikacyjny Wersja testu **A** 1 października 2024 r.

Imię

Nazwisko

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom podstawowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom podstawowy bez względu na wynik testu.

1. Dla podanej liczby k podaj liczbę dodatnią p o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest mniejsza od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest większa od liczby a o $kp\%$.

a) $k=2$, $p=$ .... b) $k=4$, $p=$ ....

c) $k=5$, $p=$ .... d) $k=10$, $p=$ ....

2. Dla danej liczby n podaj dwie różne dodatnie liczby całkowite p o następującej własności: Liczba n jest mniejsza o $p\%$ od liczby p.

a) $n=9$, $p=$ ..... lub $p=$ ..... b) $n=16$, $p=$ ..... lub $p=$ .....

c) $n=21$, $p=$ .... lub $p=$ .... d) $n=24$, $p=$ .... lub $p=$ ....

3. W liczbie 10-cyfrowej podanych jest 8 cyfr. Wpisz brakujące dwie cyfry tak, aby uzyskana liczba 10-cyfrowa była podzielna przez podaną liczbę.

a) Liczba | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | | | jest podzielna przez 75.

b) Liczba | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | | | jest podzielna przez 60.

c) Liczba | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | | | jest podzielna przez 99.

d) Liczba | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | | | jest podzielna przez 90.

4. Dla podanej miary kąta α podaj najmniejszą miarę kąta $\beta>\alpha$ (w stopniach), dla której $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\sin\beta\cdot\cos\beta$.

a) $\alpha=70°$ $\beta=$ .... b) $\alpha=10°$ $\beta=$ ....

c) $\alpha=20°$ $\beta=$ .... d) $\alpha=45°$ $\beta=$ ....

5. Miary kątów trójkąta równoramiennego wyrażają się całkowitą liczbą stopni, a ponadto wiadomo, że pewien kąt ma miarę k razy większą od miary innego kąta.

a) Jeżeli $k=8$, to kąty trójkąta mają miary ....°, ...° i ....°

b) Jeżeli $k=10$, to kąty trójkąta mają miary ....°, ...° i ....°

c) Jeżeli $k=18$, to kąty trójkąta mają miary ....°, ...° i ....°

d) Jeżeli $k=22$, to kąty trójkąta mają miary ....°, ...° i ....°

6. Każdy ze zbiorów A, B, C ma 20 elementów, a każdy ze zbiorów $A\cap B$, $B\cap C$, $C\cap A$ ma 10 elementów. Jeżeli zbiór $A\cap B\cap C$ ma n elementów, to zbiór $A\cup B\cup C$ ma k elementów. Dla podanej liczby n podaj taką liczbę k, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n=10$, $k=$ ....   b) $n=7$, $k=$ ....

c) $n=4$, $k=$ ....   d) $n=0$, $k=$ ....

7. Dla podanych liczb a i b podaj najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej wzorem $f(x)=\sqrt{x^2+2ax+a^2}+\sqrt{x^2+2bx+b^2}$.

a) $a=40$, $b=44$, ...   b) $a=10$, $b=33$, ...

c) $a=100$, $b=66$, ...   d) $a=70$, $b=55$, ...

8. Niech $f(x)=\log_2\log_5 x$. Podaj w postaci uproszczonej:

a) $f\left(16^{16}\right)-f\left(\sqrt{2}\right)=$ ....   b) $f(81)-f(3)=$ ....

c) $f(16)-f\left(\sqrt{2}\right)=$ ....   d) $f\left(16^{16}\right)-f\left(4^4\right)=$ ....

9. Dla podanej liczby m podaj taką liczbę $n \geqslant m$, aby
$\log_m(m+1)\cdot\log_{m+1}(m+2)\cdot\log_{m+2}(m+3)\cdot\ldots\cdot\log_{n-1}n\cdot\log_n(n+1)=3\,.$

a) $m=2$, $n=$ ....

b) $m=3$, $n=$ ....

c) $m=4$, $n=$ ....

d) $m=5$, $n=$ ....

10. Postęp arytmetyczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ o wyrazach rzeczywistych jest rosnący, a ponadto ma następującą własność: *Wyrazy drugi, szósty i ósmy tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.* Dla podanych liczb i, j podaj taką liczbę całkowitą dodatnią k, aby wyrazy a_i, a_j, a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.

a) $i=8$, $j=12$, $k=$ ....

b) $i=6$, $j=14$, $k=$ ....

c) $i=6$, $j=12$, $k=$ ....

d) $i=6$, $j=8$, $k=$ ....

11. Dla podanych liczb a, b podaj taką liczbę c, że $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2$.

a) $a=2$, $b=-3$, $c=$ ....

b) $a=2$, $b=2$, $c=$ ....

c) $a=2$, $b=-10$, $c=$ ....

d) $a=2$, $b=-\dfrac{3}{2}$, $c=$ ....

12. Dany jest dziesięciokąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{10}$. Dla podanych i, j podaj zbiór **wszystkich** takich liczb k, że trójkąt $A_iA_jA_k$ jest równoramienny.

a) $i=1$, $j=5$, $k\in\{$ .... $\}$

b) $i=1$, $j=2$, $k\in\{$ .... $\}$

c) $i=1$, $j=3$, $k\in\{$ .... $\}$

d) $i=1$, $j=4$, $k\in\{$ .... $\}$