

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **1**, **16.10.2024**, godz. 8:30–10:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 1. (10 punktów)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$2^{801} \cdot n \leq 2^n + 25 \cdot 2^{806}.$$

Zadanie 2. (10 punktów)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$\binom{3n}{n} \cdot \binom{2n}{n} \geq \frac{2 \cdot 3^{3n-2}}{n}.$$

Zadanie 3. (10 punktów)

Udowodnij, że liczba $\log_{(24/25)} \left(\frac{10}{9} \right)$ jest niewymierna.

Zadanie 4. (10 punktów)

Udowodnij istnienie takiej liczby naturalnej $n \geq 2$, że liczba

$$\prod_{k=1}^n \log_{2k+1}(2k+5)$$

jest wymierna.