

Egzamin, 10.09.2024, godz. 9:00–11:00**Zadanie 1 (10 punktów)**

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[19]{x^9 + 1} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .**Zadanie 2 (10 punktów)**

Wyznacz promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(pn)! \cdot x^n}{n! \cdot (3n)! \cdot n^n}$$

dla tak dobranej wartości całkowitej dodatniej parametru p , aby promień ten był dodatni i skończony.**Zadanie 3 (10 punktów)**

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int (x^6 + 1) \cdot \ln(x^6 + 7) dx .$$

Zadanie 4 (10 punktów)

Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n} .$$

Zadanie 5 (10 punktów)

Oblicz wartość całki niewłaściwej

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (x+4) \cdot (x+24)} .$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \ln p$, gdzie p jest liczbą pierwszą, a w liczbą wymierną.**Zadanie 6 (10 punktów)**

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} \cos^3 x \cdot \cos 3x dx .$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \pi$, gdzie w liczbą wymierną.