

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **A** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 4$

b) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = 3$

c) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = 8/3 = 2\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = 5/2 = 2\frac{1}{2}$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześćian liczby całkowitej.

a)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

c)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

d)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 16$

b) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 4$

c) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 16$

d) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 4$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 5$, $\cos\alpha = -7/18$

b) $a = 1$, $\cos\alpha = 17/18$

c) $a = 2$, $\cos\alpha = 7/9$

d) $a = 4$, $\cos\alpha = 1/9$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$

b) $a = 7$, $b = 24$, $c = 25$

c) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$

d) $a = 11$, $b = 60$, $c = 61$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

b) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

c) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

d) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

b) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

c) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

d) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

b) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

c) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

d) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

b) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

c) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

d) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

b) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.

c) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

d) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **B** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = 8/3 = 2\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = 3$

c) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 4$ d) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = 5/2 = 2\frac{1}{2}$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześcian liczby całkowitej.

a)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

c)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

d)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 16$ b) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 16$

c) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 4$ d) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 4$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 5$, $\cos\alpha = -7/18$ b) $a = 4$, $\cos\alpha = 1/9$

c) $a = 2$, $\cos\alpha = 7/9$ d) $a = 1$, $\cos\alpha = 17/18$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 11$, $b = 60$, $c = 61$ b) $a = 7$, $b = 24$, $c = 25$

c) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$ d) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

b) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

c) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

d) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

b) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

c) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

d) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

b) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

c) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

d) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

b) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

c) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

d) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

b) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.

c) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

d) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **C** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = 8/3 = 2\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 4$

c) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = 5/2 = 2\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = 3$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześcian liczby całkowitej.

a)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

c)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

d)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 4$

b) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 16$

c) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 16$

d) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 4$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 5, \quad \cos\alpha = -7/18$

b) $a = 2, \quad \cos\alpha = 7/9$

c) $a = 4, \quad \cos\alpha = 1/9$

d) $a = 1, \quad \cos\alpha = 17/18$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 5, \quad b = 12, \quad c = 13$

b) $a = 3, \quad b = 4, \quad c = 5$

c) $a = 11, \quad b = 60, \quad c = 61$

d) $a = 7, \quad b = 24, \quad c = 25$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

b) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

c) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

d) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

b) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

c) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

d) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

b) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

c) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

d) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

b) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

c) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

d) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.

b) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

c) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

d) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **D** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 4$

b) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = 5/2 = 2\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = 3$

d) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = 8/3 = 2\frac{2}{3}$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześćian liczby całkowitej.

a)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

c)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

d)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 16$

b) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 16$

c) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 4$

d) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 4$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 5$, $\cos\alpha = -7/18$

b) $a = 4$, $\cos\alpha = 1/9$

c) $a = 1$, $\cos\alpha = 17/18$

d) $a = 2$, $\cos\alpha = 7/9$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$

b) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$

c) $a = 7$, $b = 24$, $c = 25$

d) $a = 11$, $b = 60$, $c = 61$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

b) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

c) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

d) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

b) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

c) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

d) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

b) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

c) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

d) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

b) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

c) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

d) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

b) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.

c) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

d) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **E** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = \mathbf{3}$ b) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \mathbf{4}$

c) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = \mathbf{8/3} = \mathbf{2\frac{2}{3}}$ d) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = \mathbf{5/2} = \mathbf{2\frac{1}{2}}$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześcian liczby całkowitej.

a)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

c)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

d)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = \mathbf{4}$ b) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = \mathbf{16}$

c) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = \mathbf{16}$ d) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = \mathbf{4}$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 2$, $\cos\alpha = \mathbf{7/9}$ b) $a = 4$, $\cos\alpha = \mathbf{1/9}$

c) $a = 5$, $\cos\alpha = \mathbf{-7/18}$ d) $a = 1$, $\cos\alpha = \mathbf{17/18}$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 7$, $b = \mathbf{24}$, $c = \mathbf{25}$ b) $a = 11$, $b = \mathbf{60}$, $c = \mathbf{61}$

c) $a = 3$, $b = \mathbf{4}$, $c = \mathbf{5}$ d) $a = 5$, $b = \mathbf{12}$, $c = \mathbf{13}$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

b) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

c) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

d) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

b) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

c) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

d) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

b) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

c) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

d) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

b) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

c) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

d) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

b) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.

c) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

d) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **F** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = 5/2 = 2\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = 8/3 = 2\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 4$ d) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = 3$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześcian liczby całkowitej.

a)

1	1	2	4	8	6	4
---	---	---	---	---	---	---

b)

1	0	3	0	3	0	1
---	---	---	---	---	---	---

c)

8	2	4	2	4	0	8
---	---	---	---	---	---	---

d)

1	0	6	1	2	0	8
---	---	---	---	---	---	---

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 16$

b) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 4$

c) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = 4$

d) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = 16$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 4$, $\cos\alpha = 1/9$

b) $a = 1$, $\cos\alpha = 17/18$

c) $a = 5$, $\cos\alpha = -7/18$

d) $a = 2$, $\cos\alpha = 7/9$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$

b) $a = 7$, $b = 24$, $c = 25$

c) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$

d) $a = 11$, $b = 60$, $c = 61$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^2 + 20x + 102$, **2**

b) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$, **1632**

c) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$, **222**

d) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$, **212**

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 1\,000\,001$, $d = \mathbf{101}$

b) $n = 8\,000\,027$, $d = \mathbf{203}$

c) $n = 999\,999\,973$, $d = \mathbf{997}$

d) $n = 999\,991$, $d = \mathbf{997}$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{75^\circ}$

b) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{50^\circ}$

c) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{100^\circ}$

d) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \mathbf{60^\circ}$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \mathbf{60}$

b) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \mathbf{48}$

c) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \mathbf{36}$

d) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \mathbf{12}$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \mathbf{13}$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \mathbf{61}$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \mathbf{25}$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \mathbf{41}$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 20, \quad n = \mathbf{59}, \quad k = \mathbf{69}$

b) $m = 4, \quad n = \mathbf{43}, \quad k = \mathbf{53}$

c) $m = 25, \quad n = \mathbf{64}, \quad k = \mathbf{74}$

d) $m = 10, \quad n = \mathbf{49}, \quad k = \mathbf{59}$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma **90** krawędzi.

b) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma **12** krawędzi.

c) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma **30** krawędzi.

d) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma **30** krawędzi.