

Test kwalifikacyjny

Wersja testu **A** 2 października 2023 r.

1. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{1}{3-\sqrt{7}} + \frac{1}{3+\sqrt{7}} = \dots\dots\dots$

c) $\frac{1}{4-\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}} = \dots\dots\dots$ d) $\frac{1}{5-\sqrt{21}} + \frac{1}{5+\sqrt{21}} = \dots\dots\dots$

2. W liczbie siedmiocyfrowej podane są 3 początkowe cyfry. Wpisz brakujące 4 cyfry tak, aby otrzymać sześciang liczyby całkowitej.

a)

8	2	4				
---	---	---	--	--	--	--

b)

1	1	2				
---	---	---	--	--	--	--

c)

1	0	6				
---	---	---	--	--	--	--

d)

1	0	3				
---	---	---	--	--	--	--

3. Podaj liczbę naturalną n większą od 1 spełniającą dane równanie.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c} = a^{(b^c)}$.

a) $2^{2^{12}} = n^{2^{10}}$ dla $n = \dots\dots\dots$ b) $2^{2^{11}} = n^{2^{10}}$ dla $n = \dots\dots\dots$

c) $2^{2^{22}} = n^{2^{20}}$ dla $n = \dots\dots\dots$ d) $2^{2^{21}} = n^{2^{20}}$ dla $n = \dots\dots\dots$

4. Dla podanej liczby a podaj w postaci ułamka nieskracalnego cosinus kąta α między bokami długości 3 w trójkącie równoramiennym o bokach 3, 3 i a .

a) $a = 5$, $\cos\alpha = \dots\dots\dots$ b) $a = 1$, $\cos\alpha = \dots\dots\dots$

c) $a = 2$, $\cos\alpha = \dots\dots\dots$ d) $a = 4$, $\cos\alpha = \dots\dots\dots$

5. Dla danej liczby a podaj takie liczby całkowite dodatnie b i c , że $a^2 + b^2 = c^2$.

a) $a = 3$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$ b) $a = 7$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$

c) $a = 5$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$ d) $a = 11$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$

6. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^8 + 80x^4 + 1632$,

b) $f(x) = x^6 - 60x^3 + 1122$,

c) $f(x) = x^2 + 20x + 102$,

d) $f(x) = x^4 - 40x^2 + 612$,

7. Dla danej liczby n podaj trzycyfrową liczbę d będącą dzielnikiem liczby n .

a) $n = 999\,991$, $d = \dots\dots\dots$ b) $n = 8\,000\,027$, $d = \dots\dots\dots$

c) $n = 999\,999\,973$, $d = \dots\dots\dots$ d) $n = 1\,000\,001$, $d = \dots\dots\dots$

8. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\cos \alpha = \cos(5\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \dots\dots\dots$

b) $\cos \alpha = \cos(4\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \dots\dots\dots$

c) $\cos \alpha = \cos(3\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \dots\dots\dots$

d) $\cos \alpha = \cos(2\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha = \dots\dots\dots$

9. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\log_2 25 \cdot \log_3 64 \cdot \log_5 81 = \dots\dots\dots$

b) $\log_2 81 \cdot \log_3 125 \cdot \log_5 32 = \dots\dots\dots$

c) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 8 = \dots\dots\dots$

d) $\log_2 125 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27 = \dots\dots\dots$

10. Zapisz podaną liczbę w postaci liczby całkowitej.

a) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+117+119+121} = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+77+79+81} = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+21+23+25} = \dots\dots\dots$

d) $\sqrt{1+3+5+7+9+11+\dots+45+47+49} = \dots\dots\dots$

11. Postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:

Wyrazy pierwszy, czterdziesty i pięćdziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

Dla podanego m podaj takie liczby całkowite dodatnie n i k , aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) rosnący trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m = 25, \quad n = \dots\dots\dots, \quad k = \dots\dots\dots$

b) $m = 4, \quad n = \dots\dots\dots, \quad k = \dots\dots\dots$

c) $m = 10, \quad n = \dots\dots\dots, \quad k = \dots\dots\dots$

d) $m = 20, \quad n = \dots\dots\dots, \quad k = \dots\dots\dots$

12. Ile krawędzi ma podany wielościan?

a) Dwunastościan foremny (mający 12 ścian pięciokątnych) ma krawędzi.

b) Dwudziestościan foremny (mający 20 ścian trójkątnych) ma krawędzi.

c) Dwunastościan ścięty (mający 32 ściany, w tym 20 ścian trójkątnych i 12 ścian dziesięciokątnych) ma krawędzi.

d) Ośmiościan foremny (mający 8 ścian trójkątnych) ma krawędzi.