

## Kolokwium 9

Wersja testu **S** 26 stycznia 2024 r.

1. Podaj wartość granicy.

a) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} \frac{k^2}{\sqrt[4]{n^{12} + k}} = \mathbf{9}$$

b) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n} \frac{k^2}{\sqrt[4]{n^{12} + k}} = \mathbf{64/3}$$

c) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{\sqrt[4]{n^{12} + k}} = \mathbf{8/3}$$

d) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{\sqrt[4]{n^{12} + k}} = \mathbf{1/3}$$

2. Podaj wartość granicy.

a) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n} \frac{k^3}{\sqrt[3]{n^{12} + k}} = \mathbf{64}$$

b) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k^3}{\sqrt[3]{n^{12} + k}} = \mathbf{4}$$

c) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} \frac{k^3}{\sqrt[3]{n^{12} + k}} = \mathbf{81/4}$$

d) 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^3}{\sqrt[3]{n^{12} + k}} = \mathbf{1/4}$$

3. Niech  $f(x) = g(g(g(g(g(x)))))$  będzie złożeniem pięciu egzemplarzy funkcji  $g$ , gdzie  $g(x) = x^2 + 10x + 20$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'(27) = \mathbf{2^{160}}$

b)  $f'(11) = \mathbf{2^{129}}$

c)  $f'(3) = \mathbf{2^{98}}$

d)  $f'(59) = \mathbf{2^{191}}$

4. Podaj sumę szeregu:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{81 + \frac{9919}{n}} - \sqrt{81 + \frac{9919}{n+1}} \right) = \mathbf{91}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \mathbf{27}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{49 + \frac{6351}{n}} - \sqrt{49 + \frac{6351}{n+1}} \right) = \mathbf{73}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{25 + \frac{3575}{n}} - \sqrt{25 + \frac{3575}{n+1}} \right) = \mathbf{55}$$

5. Niech  $G(k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{120n + 11}{120n + k} \right)^n$ . Wówczas:

$$\text{a) } G(9) = \sqrt[60]{e} = e^{1/60}$$

$$\text{b) } G(12) = 1 / \sqrt[120]{e} = e^{-1/120}$$

$$\text{c) } G(8) = \sqrt[40]{e} = e^{1/40}$$

$$\text{d) } G(15) = 1 / \sqrt[30]{e} = e^{-1/30}$$

6. Podaj wartość granicy ciągu.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(2\pi \cdot \sqrt[12]{n^{12} + n^{11}}\right) = \sqrt{3}/2$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(2\pi \cdot \sqrt{n^2 + n}\right) = -1$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(2\pi \cdot \sqrt[6]{n^6 + n^5}\right) = 1/2$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(2\pi \cdot \sqrt[3]{n^3 + n^2}\right) = -1/2$

7. Podaj wartość granicy ciągu.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(2\pi \cdot \sqrt[12]{n^{12} + n^{11}}\right) = 1/2$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(2\pi \cdot \sqrt[12]{n^{12} + 5n^{11}}\right) = 1/2$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(2\pi \cdot \sqrt[12]{n^{12} + 4n^{11}}\right) = \sqrt{3}/2$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(2\pi \cdot \sqrt[12]{n^{12} + 2n^{11}}\right) = \sqrt{3}/2$