Kolokwium 7 Wersja testu **A** 26 stycznia 2024 r.

Kolokwium 7 Wersja testu **A** 26 stycznia 2024 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=\sqrt{\log_{11}\log_2\log_7 x},\quad D_f=[\mathbf{49,\infty})$

b) $f(x)=\sqrt{\log_{7}\log_3\log_5 x},\quad D_f=[\mathbf{125,\infty})$

c) $f(x)=\sqrt{\log_{5}\log_4\log_3 x},\quad D_f=[\mathbf{81,\infty})$

d) $f(x)=\sqrt{\log_{3}\log_5\log_2 x},\quad D_f=[\mathbf{32,\infty})$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{64}$

b) $\sup\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{81}$

c) $\inf\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{0}$

d) $\inf\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{0}$

3. Niech $f_n(x)=\ln(x^n+1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(4)=\mathbf{48/65}$

b) $f_2'(5)=\mathbf{5/13}$

c) $f_5'(2)=\mathbf{80/33}$

d) $f_4'(3)=\mathbf{54/41}$

4. Niech $f_k(x)=\sqrt{kx+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(6)=\mathbf{4/7}$

b) $f_4'(6)=\mathbf{2/5}$

c) $f_6'(4)=\mathbf{3/5}$

d) $f_6'(8)=\mathbf{3/7}$

5. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+6)$, $a=\mathbf{ln11}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+15)$, $a=\mathbf{ln5}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+10)$, $a=\mathbf{ln7}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+30)$, $a=\mathbf{ln3}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

b) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

c) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

d) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{9}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{3}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{5}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{33/2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{55/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{77/2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{99/2}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Wówczas:

a) $f^{-1}(9)=\mathbf{40}$ b) $f^{-1}(5)=\mathbf{12}$

c) $f^{-1}(3)=\mathbf{4}$ d) $f^{-1}(7)=\mathbf{24}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+13$. Wówczas:

a) $f^{-1}(1013)=\mathbf{10}$ b) $f^{-1}(40)=\mathbf{3}$

c) $f^{-1}(-14)=\mathbf{-3}$ d) $f^{-1}(14)=\mathbf{1}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+4x-4$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(141)=\mathbf{1/79}$ b) $g'(1)=\mathbf{1/7}$

c) $g'(12)=\mathbf{1/16}$ d) $g'(35)=\mathbf{1/31}$

12. Niech a_k i b_k będą takimi liczbami, że prosta określona równaniem $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie (k,k^2) do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $a_5=\mathbf{10}$ $b_5=\mathbf{-25}$ b) $a_7=\mathbf{14}$ $b_7=\mathbf{-49}$

c) $a_{10}=\mathbf{20}$ $b_{10}=\mathbf{-100}$ d) $a_3=\mathbf{6}$ $b_3=\mathbf{-9}$

Kolokwium 7 Wersja testu **B** 26 stycznia 2024 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=\sqrt{\log_5\log_4\log_3 x}$, $\quad D_f=[\mathbf{81,\infty})$

b) $f(x)=\sqrt{\log_7\log_3\log_5 x}$, $\quad D_f=[\mathbf{125,\infty})$

c) $f(x)=\sqrt{\log_{11}\log_2\log_7 x}$, $\quad D_f=[\mathbf{49,\infty})$

d) $f(x)=\sqrt{\log_3\log_5\log_2 x}$, $\quad D_f=[\mathbf{32,\infty})$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\inf\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{0}$

b) $\inf\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{0}$

c) $\sup\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{64}$

d) $\sup\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{81}$

3. Niech $f_n(x)=\ln(x^n+1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(2)=\mathbf{80/33}$

b) $f_3'(4)=\mathbf{48/65}$

c) $f_2'(5)=\mathbf{5/13}$

d) $f_4'(3)=\mathbf{54/41}$

4. Niech $f_k(x)=\sqrt{kx+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(6)=\mathbf{4/7}$

b) $f_6'(8)=\mathbf{3/7}$

c) $f_6'(4)=\mathbf{3/5}$

d) $f_4'(6)=\mathbf{2/5}$

5. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+30)$, $\quad a=\mathbf{ln3}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+15)$, $\quad a=\mathbf{ln5}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+10)$, $\quad a=\mathbf{ln7}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+6)$, $\quad a=\mathbf{ln11}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

b) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

d) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{9}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{3}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{99/2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{55/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{77/2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{33/2}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Wówczas:

a) $f^{-1}(5)=\mathbf{12}$

b) $f^{-1}(7)=\mathbf{24}$

c) $f^{-1}(3)=\mathbf{4}$

d) $f^{-1}(9)=\mathbf{40}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+13$. Wówczas:

a) $f^{-1}(14)=\mathbf{1}$

b) $f^{-1}(1013)=\mathbf{10}$

c) $f^{-1}(40)=\mathbf{3}$

d) $f^{-1}(-14)=\mathbf{-3}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+4x-4$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(35)=\mathbf{1/31}$

b) $g'(141)=\mathbf{1/79}$

c) $g'(12)=\mathbf{1/16}$

d) $g'(1)=\mathbf{1/7}$

12. Niech a_k i b_k będą takimi liczbami, że prosta określona równaniem $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie (k,k^2) do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $a_5=\mathbf{10}\quad b_5=\mathbf{-25}$

b) $a_7=\mathbf{14}\quad b_7=\mathbf{-49}$

c) $a_3=\mathbf{6}\quad b_3=\mathbf{-9}$

d) $a_{10}=\mathbf{20}\quad b_{10}=\mathbf{-100}$

Kolokwium 7 Wersja testu **C** 26 stycznia 2024 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=\sqrt{\log_5\log_4\log_3 x}$, $\quad D_f=\mathbf{[81,\infty)}$

b) $f(x)=\sqrt{\log_{11}\log_2\log_7 x}$, $\quad D_f=\mathbf{[49,\infty)}$

c) $f(x)=\sqrt{\log_3\log_5\log_2 x}$, $\quad D_f=\mathbf{[32,\infty)}$

d) $f(x)=\sqrt{\log_7\log_3\log_5 x}$, $\quad D_f=\mathbf{[125,\infty)}$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{64}$

b) $\inf\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{0}$

c) $\inf\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{0}$

d) $\sup\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{81}$

3. Niech $f_n(x)=\ln(x^n+1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_2'(5)=\mathbf{5/13}$

b) $f_3'(4)=\mathbf{48/65}$

c) $f_5'(2)=\mathbf{80/33}$

d) $f_4'(3)=\mathbf{54/41}$

4. Niech $f_k(x)=\sqrt{kx+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(6)=\mathbf{4/7}$

b) $f_6'(4)=\mathbf{3/5}$

c) $f_6'(8)=\mathbf{3/7}$

d) $f_4'(6)=\mathbf{2/5}$

5. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+10)$, $a=\mathbf{ln7}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+6)$, $a=\mathbf{ln11}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+30)$, $a=\mathbf{ln3}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(60\cdot\{x\}+15)$, $a=\mathbf{ln5}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'''(1)=\mathbf{3/8}$

b) $f''(1)=\mathbf{-1/4}$

c) $f^{(4)}(1)=\mathbf{-15/16}$

d) $f'(1)=\mathbf{1/2}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{7}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{9}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{n}{n^2+k}=\mathbf{3}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=4n+1}^{7n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{33/2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=3n+1}^{8n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{55/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=2n+1}^{9n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{77/2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{10n}\frac{k}{n^2+k}=\mathbf{99/2}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Wówczas:

a) $f^{-1}(5)=\mathbf{12}$ b) $f^{-1}(9)=\mathbf{40}$

c) $f^{-1}(3)=\mathbf{4}$ d) $f^{-1}(7)=\mathbf{24}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+13$. Wówczas:

a) $f^{-1}(-14)=\mathbf{-3}$ b) $f^{-1}(1013)=\mathbf{10}$

c) $f^{-1}(40)=\mathbf{3}$ d) $f^{-1}(14)=\mathbf{1}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+4x-4$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(141)=\mathbf{1/79}$ b) $g'(12)=\mathbf{1/16}$

c) $g'(1)=\mathbf{1/7}$ d) $g'(35)=\mathbf{1/31}$

12. Niech a_k i b_k będą takimi liczbami, że prosta określona równaniem $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie (k,k^2) do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $a_7=\mathbf{14}$ $b_7=\mathbf{-49}$ b) $a_{10}=\mathbf{20}$ $b_{10}=\mathbf{-100}$

c) $a_3=\mathbf{6}$ $b_3=\mathbf{-9}$ d) $a_5=\mathbf{10}$ $b_5=\mathbf{-25}$

Kolokwium 7 Wersja testu **D** 26 stycznia 2024 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=\sqrt{\log_{11}\log_2\log_7 x}$, $D_f=[\mathbf{49, \infty})$

b) $f(x)=\sqrt{\log_{3}\log_5\log_2 x}$, $D_f=[\mathbf{32, \infty})$

c) $f(x)=\sqrt{\log_{7}\log_3\log_5 x}$, $D_f=[\mathbf{125, \infty})$

d) $f(x)=\sqrt{\log_{5}\log_4\log_3 x}$, $D_f=[\mathbf{81, \infty})$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{64}$

b) $\inf\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{0}$

c) $\sup\left\{x^4 : x\in[-3,2]\right\}=\mathbf{81}$

d) $\inf\left\{x^6 : x\in[-2,1]\right\}=\mathbf{0}$

3. Niech $f_n(x)=\ln(x^n+1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(2)=\mathbf{80/33}$

b) $f_3'(4)=\mathbf{48/65}$

c) $f_4'(3)=\mathbf{54/41}$

d) $f_2'(5)=\mathbf{5/13}$

4. Niech $f_k(x)=\sqrt{kx+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(6)=\mathbf{4/7}$

b) $f_6'(8)=\mathbf{3/7}$

c) $f_4'(6)=\mathbf{2/5}$

d) $f_6'(4)=\mathbf{3/5}$

5. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(60 \cdot \{x\} + 10), \quad a = \mathbf{ln7}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(60 \cdot \{x\} + 6), \quad a = \mathbf{ln11}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(60 \cdot \{x\} + 15), \quad a = \mathbf{ln5}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(60 \cdot \{x\} + 30), \quad a = \mathbf{ln3}$

6. Niech $f(x) = \sqrt{x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f'''(1) = \mathbf{3/8}$

b) $f''(1) = \mathbf{-1/4}$

c) $f^{(4)}(1) = \mathbf{-15/16}$

d) $f'(1) = \mathbf{1/2}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{7n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=2n+1}^{9n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=3n+1}^{8n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{10n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{9}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{7n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{33/2}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=3n+1}^{8n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{55/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=2n+1}^{9n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{77/2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{10n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{99/2}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Wówczas:

a) $f^{-1}(9)=\mathbf{40}$

b) $f^{-1}(3)=\mathbf{4}$

c) $f^{-1}(5)=\mathbf{12}$

d) $f^{-1}(7)=\mathbf{24}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+13$. Wówczas:

a) $f^{-1}(14)=\mathbf{1}$

b) $f^{-1}(-14)=\mathbf{-3}$

c) $f^{-1}(1013)=\mathbf{10}$

d) $f^{-1}(40)=\mathbf{3}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^3+4x-4$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(141)=\mathbf{1/79}$

b) $g'(35)=\mathbf{1/31}$

c) $g'(1)=\mathbf{1/7}$

d) $g'(12)=\mathbf{1/16}$

12. Niech a_k i b_k będą takimi liczbami, że prosta określona równaniem $y=a_kx+b_k$ jest styczna w punkcie (k,k^2) do paraboli o równaniu $y=x^2$. Wówczas:

a) $a_{10}=\mathbf{20}\quad b_{10}=\mathbf{-100}$

b) $a_7=\mathbf{14}\quad b_7=\mathbf{-49}$

c) $a_5=\mathbf{10}\quad b_5=\mathbf{-25}$

d) $a_3=\mathbf{6}\quad b_3=\mathbf{-9}$