

Kolokwium 6

Wersja testu **A** 17 stycznia 2024 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{18}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

b) $\log_{18}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

c) $\log_{18}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

d) $\log_{18}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \dots\dots\dots$ b) $\sup\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \dots\dots\dots$

c) $\inf\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \dots\dots\dots$ d) $\inf\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \dots\dots\dots$

3. Dla podanej liczby n podaj takie $x > 0$, że $\log_x(x+n) = -1$.

a) $n = 14$, $x = \dots\dots\dots$ b) $n = 12$, $x = \dots\dots\dots$

c) $n = 20$, $x = \dots\dots\dots$ d) $n = 16$, $x = \dots\dots\dots$

4. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a , dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(36 \cdot \{x\} + 6)$, $a = \dots\dots\dots$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(3 \cdot \{x\} + 1)$, $a = \dots\dots\dots$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 2)$, $a = \dots\dots\dots$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 3)$, $a = \dots\dots\dots$

5. Dla podanej funkcji f podaj takie $x > 0$, że $f''(x) = 0$.

a) $f(x) = 2x^4 - 3x^2$, $x = \dots\dots$ b) $f(x) = 5x^6 - 2x^4$, $x = \dots\dots$

c) $f(x) = 3x^4 - 2x^2$, $x = \dots\dots$ d) $f(x) = x^6 - 10x^4$, $x = \dots\dots$

6. Niech $f(x) = e^{2x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f^{(7)}(0) = \dots\dots\dots$ b) $f^{(6)}(0) = \dots\dots\dots$

c) $f^{(4)}(0) = \dots\dots\dots$ d) $f^{(5)}(0) = \dots\dots\dots$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10n} \frac{n}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{9n} \frac{n}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{7n} \frac{n}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{n}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{7n} \frac{k}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{k}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{9n} \frac{k}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10n} \frac{k}{n^2 + k} = \dots\dots\dots$

9. Niech $f_n(x) = x^n$. Podaj wartość pochodnej trzeciego rzędu.

a) $f_{11}'''(1) = \dots\dots\dots$ b) $f_6'''(1) = \dots\dots\dots$

c) $f_5'''(1) = \dots\dots\dots$ d) $f_{10}'''(1) = \dots\dots\dots$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 5x - 5$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(145) = \dots\dots\dots$ b) $g'(37) = \dots\dots\dots$

c) $g'(1) = \dots\dots\dots$ d) $g'(13) = \dots\dots\dots$

11. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f'_n(x) = 0$.

a) $n = 16$, $x = \dots\dots\dots$ b) $n = 15$, $x = \dots\dots\dots$

c) $n = 9$, $x = \dots\dots\dots$ d) $n = 8$, $x = \dots\dots\dots$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(x)))$ będzie złożeniem trzech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^2 + 6x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(5) = \dots\dots\dots$ b) $f'(13) = \dots\dots\dots$

c) $f'(29) = \dots\dots\dots$ d) $f'(1) = \dots\dots\dots$

13. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(g(x))))$ będzie złożeniem czterech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(8) = \dots\dots\dots$ b) $f'(80) = \dots\dots\dots$

c) $f'(2) = \dots\dots\dots$ d) $f'(26) = \dots\dots\dots$