

Kolokwium 6

Wersja testu **A** 17 stycznia 2024 r.

Kolokwium 6Wersja testu **A** 17 stycznia 2024 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{18}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/5}$

b) $\log_{18}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2/3}$

c) $\log_{18}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/7}$

d) $\log_{18}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2}$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \mathbf{27}$

b) $\sup\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{49}$

c) $\inf\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = -\mathbf{125}$

d) $\inf\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{0}$

3. Dla podanej liczby n podaj takie $x > 0$, że $\log_x(x+n) = -1$.

a) $n = 14, \quad x = -\mathbf{7} + \mathbf{5\sqrt{2}}$

b) $n = 12, \quad x = -\mathbf{6} + \sqrt{\mathbf{37}}$

c) $n = 20, \quad x = -\mathbf{10} + \sqrt{\mathbf{101}}$

d) $n = 16, \quad x = -\mathbf{8} + \sqrt{\mathbf{65}}$

4. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a , dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(36 \cdot \{x\} + 6), \quad a = \mathbf{\ln 7}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(3 \cdot \{x\} + 1), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 2), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 3), \quad a = \mathbf{\ln 3}$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 5x - 5$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(145) = 1/80$

b) $g'(37) = 1/32$

c) $g'(1) = 1/8$

d) $g'(13) = 1/17$

11. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f'_n(x) = 0$.

a) $n = 16, \quad x = 2\pi/17$

b) $n = 15, \quad x = \pi/8$

c) $n = 9, \quad x = \pi/5$

d) $n = 8, \quad x = 2\pi/9$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(x)))$ będzie złożeniem trzech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^2 + 6x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(5) = 2^{24}$

b) $f'(13) = 2^{31}$

c) $f'(29) = 2^{38}$

d) $f'(1) = 2^{17}$

13. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(g(x))))$ będzie złożeniem czterech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(8) = 3^{164}$

b) $f'(80) = 3^{324}$

c) $f'(2) = 3^{84}$

d) $f'(26) = 3^{244}$

Kolokwium 6

Wersja testu **B** 17 stycznia 2024 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{18}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/7}$

b) $\log_{18}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2/3}$

c) $\log_{18}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/5}$

d) $\log_{18}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2}$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\inf\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{0}$

b) $\inf\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = -\mathbf{125}$

c) $\sup\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \mathbf{27}$

d) $\sup\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{49}$

3. Dla podanej liczby n podaj takie $x > 0$, że $\log_x(x+n) = -1$.

a) $n = 20, \quad x = -\mathbf{10} + \sqrt{\mathbf{101}}$

b) $n = 14, \quad x = -\mathbf{7} + \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{2}}$

c) $n = 12, \quad x = -\mathbf{6} + \sqrt{\mathbf{37}}$

d) $n = 16, \quad x = -\mathbf{8} + \sqrt{\mathbf{65}}$

4. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a , dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(36 \cdot \{x\} + 6), \quad a = \mathbf{\ln 7}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 3), \quad a = \mathbf{\ln 3}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 2), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(3 \cdot \{x\} + 1), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

Kolokwium 6Wersja testu **B** 17 stycznia 2024 r.

5. Dla podanej funkcji f podaj takie $x > 0$, że $f''(x) = 0$.

a) $f(x) = x^6 - 10x^4$, $x = \mathbf{2}$ b) $f(x) = 5x^6 - 2x^4$, $x = \mathbf{2/5}$

c) $f(x) = 3x^4 - 2x^2$, $x = \mathbf{1/3}$ d) $f(x) = 2x^4 - 3x^2$, $x = \mathbf{1/2}$

6. Niech $f(x) = e^{2x}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a) $f^{(6)}(0) = \mathbf{64}$ b) $f^{(5)}(0) = \mathbf{32}$

c) $f^{(7)}(0) = \mathbf{128}$ d) $f^{(4)}(0) = \mathbf{16}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{10}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{9n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{8}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{6}$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{7n} \frac{n}{n^2+k} = \mathbf{4}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{10n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{50}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{30}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{9n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{40}$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{7n} \frac{k}{n^2+k} = \mathbf{20}$

9. Niech $f_n(x) = x^n$. Podaj wartość pochodnej trzeciego rzędu.

a) $f_6'''(1) = \mathbf{120}$ b) $f_{10}'''(1) = \mathbf{720}$

c) $f_5'''(1) = \mathbf{60}$ d) $f_{11}'''(1) = \mathbf{990}$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 5x - 5$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(13) = 1/17$

b) $g'(145) = 1/80$

c) $g'(37) = 1/32$

d) $g'(1) = 1/8$

11. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f'_n(x) = 0$.

a) $n = 8, \quad x = 2\pi/9$

b) $n = 16, \quad x = 2\pi/17$

c) $n = 9, \quad x = \pi/5$

d) $n = 15, \quad x = \pi/8$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(x)))$ będzie złożeniem trzech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^2 + 6x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(5) = 2^{24}$

b) $f'(13) = 2^{31}$

c) $f'(1) = 2^{17}$

d) $f'(29) = 2^{38}$

13. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(g(x))))$ będzie złożeniem czterech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(80) = 3^{324}$

b) $f'(8) = 3^{164}$

c) $f'(26) = 3^{244}$

d) $f'(2) = 3^{84}$

Kolokwium 6

Wersja testu **C** 17 stycznia 2024 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{18}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/7}$

b) $\log_{18}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/5}$

c) $\log_{18}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2}$

d) $\log_{18}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2/3}$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \mathbf{27}$

b) $\inf\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = -\mathbf{125}$

c) $\inf\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{0}$

d) $\sup\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{49}$

3. Dla podanej liczby n podaj takie $x > 0$, że $\log_x(x+n) = -1$.

a) $n = 12, \quad x = -\mathbf{6} + \sqrt{\mathbf{37}}$

b) $n = 14, \quad x = -\mathbf{7} + \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{2}}$

c) $n = 20, \quad x = -\mathbf{10} + \sqrt{\mathbf{101}}$

d) $n = 16, \quad x = -\mathbf{8} + \sqrt{\mathbf{65}}$

4. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a , dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(36 \cdot \{x\} + 6), \quad a = \mathbf{\ln 7}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 2), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 3), \quad a = \mathbf{\ln 3}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(3 \cdot \{x\} + 1), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

Kolokwium 6

Wersja testu **D** 17 stycznia 2024 r.

1. Podaj taką liczbę wymiarną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{18}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/5}$

b) $\log_{18}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2}$

c) $\log_{18}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \mathbf{2/3}$

d) $\log_{18}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -\mathbf{2/7}$

2. Podaj kres zbioru.

a) $\sup\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = \mathbf{27}$

b) $\inf\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{0}$

c) $\sup\{x^2 : x \in [-7, 5]\} = \mathbf{49}$

d) $\inf\{x^3 : x \in [-5, 3]\} = -\mathbf{125}$

3. Dla podanej liczby n podaj takie $x > 0$, że $\log_x(x+n) = -1$.

a) $n = 20, \quad x = -\mathbf{10} + \sqrt{\mathbf{101}}$

b) $n = 14, \quad x = -\mathbf{7} + \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{2}}$

c) $n = 16, \quad x = -\mathbf{8} + \sqrt{\mathbf{65}}$

d) $n = 12, \quad x = -\mathbf{6} + \sqrt{\mathbf{37}}$

4. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a , dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(36 \cdot \{x\} + 6), \quad a = \mathbf{\ln 7}$

b) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 3), \quad a = \mathbf{\ln 3}$

c) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(3 \cdot \{x\} + 1), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

d) $f(x) = a \cdot \{x\} - \ln(6 \cdot \{x\} + 2), \quad a = \mathbf{\ln 4} = \mathbf{2 \cdot \ln 2}$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 5x - 5$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(13) = 1/17$

b) $g'(1) = 1/8$

c) $g'(145) = 1/80$

d) $g'(37) = 1/32$

11. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f'_n(x) = 0$.

a) $n = 16, \quad x = 2\pi/17$

b) $n = 8, \quad x = 2\pi/9$

c) $n = 15, \quad x = \pi/8$

d) $n = 9, \quad x = \pi/5$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(x)))$ będzie złożeniem trzech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^2 + 6x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(29) = 2^{38}$

b) $f'(13) = 2^{31}$

c) $f'(5) = 2^{24}$

d) $f'(1) = 2^{17}$

13. (Zadanie dodatkowe) Niech $f(x) = g(g(g(g(x))))$ będzie złożeniem czterech egzemplarzy funkcji g , gdzie $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(26) = 3^{244}$

b) $f'(8) = 3^{164}$

c) $f'(80) = 3^{324}$

d) $f'(2) = 3^{84}$