ANALIZA 1, KOLOKWIUM nr 5, 3.01.2024, godz. 8:15–9:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOLOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **13. (10 punktów)**

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x)=x^2+2x-4\cdot|x+1|$$

na przedziale $[-5, 3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

Zadanie **14. (10 punktów)**

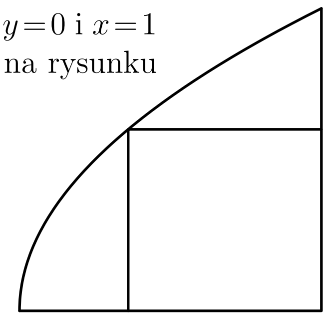
Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{3x}-1}{\ln(1+2x)} & \text{dla} \quad x\neq 0\\ A & \text{dla} \quad x=0\end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

Zadanie **15. (10 punktów)**

W trójkąt krzywoliniowy ograniczony prostymi o równaniach $y=0$ i $x=1$ oraz parabolą o równaniu $y=\sqrt{x}$ chcemy wpisać prostokąt jak na rysunku obok. Jakie największe pole może mieć taki prostokąt?



Zadanie **16. (10 punktów)**

Funkcja g jest funkcją odwrotną do funkcji f określonej na przedziale $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$ wzorem

$$f(x)=\operatorname{arctg}\sqrt{x^7+x+1}\,.$$

Rozstrzygnąć, czy pochodne $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ oraz $g'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ są liczbami wymiernymi czy niewymiernymi.

Zadanie **17. (dodatkowe za 13 punktów)**

Dana jest funkcja $f:[0, \infty)\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\ln\left(x^5+8\right)\,.$$

Dowieść, że dla każdych liczb rzeczywistych nieujemnych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant 2\cdot|x-y|\,.$$