Kolokwium 4 Wersja testu **A** 13 grudnia 2023 r.

Kolokwium 4 Wersja testu **A** 13 grudnia 2023 r.

1. Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[k]{n^k+24n^{k-1}}-n\right)$. Wtedy:

a) $G(2)=$ .... b) $G(3)=$ ....

c) $G(4)=$ .... d) $G(8)=$ ....

2. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{5n+k}{2n+1} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(4)=$ .... b) $G(3)=$ ....

c) $G(2)=$ .... d) $G(1)=$ ....

3. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{mn}{km^2+100n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(9)=$ .... b) $G(4)=$ ....

c) $G(81)=$ .... d) $G(49)=$ ....

4. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{1}{n^2-100n+k} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(2510)=$ .... b) $G(2450)=$ ....

c) $G(2470)=$ .... d) $G(2490)=$ ....

5. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_2'(9)=$ .... b) $f_4'(10\,000)=$ ....

c) $f_3'(125)=$ .... d) $f_5'(1)=$ ....

6. Niech $f(x)=\sqrt{8x+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(15)=$ .... b) $f'(10)=$ ....

c) $f'(3)=$ .... d) $f'(6)=$ ....

7. Niech $f_n(x)=(x^2+1)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(3)=$ .... b) $f_4'(3)=$ ....

c) $f_6'(3)=$ .... d) $f_5'(3)=$ ....

8. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę a, aby funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & \text{dla} \quad x<k \\ x^5 & \text{dla} \quad x\geqslant k \end{cases}$$

była ciągła.

a) $k=4,\ \ a=$ .... b) $k=3,\ \ a=$ ....

c) $k=2,\ \ a=$ .... d) $k=1,\ \ a=$ ....

9. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0, y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k, k^3) do krzywej o równaniu $y=x^3$. Wówczas:

a) $y_5=$ .... b) $y_2=$ ....

c) $y_1=$ .... d) $y_3=$ ....

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas:

a) $f^{-1}(9900)=$ .... b) $f^{-1}(420)=$ ....

c) $f^{-1}(42)=$ .... d) $f^{-1}(72)=$ ....

11. (Zad. dodatkowe) Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{60n+k}{60n+1}\right)^n$. Wówczas:

a) $G(6)=$ .... b) $G(3)=$ ....

c) $G(4)=$ .... d) $G(5)=$ ....

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem n egzemplarzy funkcji g, gdzie $g(x)=x^2+2x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(3)=$ .... b) $f_4'(7)=$ ....

c) $f_4'(15)=$ .... d) $f_4'(1)=$ ....

13. (Zadanie dodatkowe) Przy oznaczeniach jak w zadaniu poprzednim podaj wartość pochodnej.

a) $f_{16}'\left(2^{16}-1\right)=$ .... b) $f_{64}'\left(2^{64}-1\right)=$ ....

c) $f_8'\left(2^8-1\right)=$ .... d) $f_{32}'\left(2^{32}-1\right)=$ ....