Kolokwium 4 Wersja testu **A** 13 grudnia 2023 r.

Kolokwium 4 Wersja testu **A** 13 grudnia 2023 r.

1. Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[k]{n^k+24n^{k-1}}-n\right)$. Wtedy:

a) $G(2)=\mathbf{12}$

b) $G(3)=\mathbf{8}$

c) $G(4)=\mathbf{6}$

d) $G(8)=\mathbf{3}$

2. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{5n+k}{2n+1} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{3}$

b) $G(3)=\mathbf{8/3}$

c) $G(2)=\mathbf{5/2}$

d) $G(1)=\mathbf{5/2}$

3. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{mn}{km^2+100n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(9)=\mathbf{1/60}$

b) $G(4)=\mathbf{1/40}$

c) $G(81)=\mathbf{1/180}$

d) $G(49)=\mathbf{1/140}$

4. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{1}{n^2-100n+k} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(2510)=\mathbf{1/10}$

b) $G(2450)=\mathbf{1/14}$

c) $G(2470)=\mathbf{1/6}$

d) $G(2490)=\mathbf{1/6}$

5. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_2'(9)=\mathbf{1/6}$

b) $f_4'(10\,000)=\mathbf{1/4000}$

c) $f_3'(125)=\mathbf{1/75}$

d) $f_5'(1)=\mathbf{1/5}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{8x+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(15)=\mathbf{4/11}$

b) $f'(10)=\mathbf{4/9}$

c) $f'(3)=\mathbf{4/5}$

d) $f'(6)=\mathbf{4/7}$

7. Niech $f_n(x)=(x^2+1)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(3)=\mathbf{1800}$

b) $f_4'(3)=\mathbf{24\,000}$

c) $f_6'(3)=\mathbf{3\,600\,000}$

d) $f_5'(3)=\mathbf{300\,000}$

8. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę a, aby funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & \text{dla} \quad x<k \\ x^5 & \text{dla} \quad x\geqslant k \end{cases}$$

była ciągła.

a) $k=4,\quad a=\mathbf{64}$

b) $k=3,\quad a=\mathbf{27}$

c) $k=2,\quad a=\mathbf{8}$

d) $k=1,\quad a=\mathbf{1}$

9. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k,k^3) do krzywej o równaniu $y=x^3$. Wówczas:

a) $y_5=\mathbf{-250}$

b) $y_2=\mathbf{-16}$

c) $y_1=\mathbf{-2}$

d) $y_3=\mathbf{-54}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas:

a) $f^{-1}(9900)=\mathbf{99}$

b) $f^{-1}(420)=\mathbf{20}$

c) $f^{-1}(42)=\mathbf{6}$

d) $f^{-1}(72)=\mathbf{8}$

11. (Zad. dodatkowe) Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{60n+k}{60n+1}\right)^n$. Wówczas:

a) $G(6)=\boldsymbol{\sqrt[12]{e}}$

b) $G(3)=\boldsymbol{\sqrt[30]{e}}$

c) $G(4)=\boldsymbol{\sqrt[20]{e}}$

d) $G(5)=\boldsymbol{\sqrt[15]{e}}$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem n egzemplarzy funkcji g, gdzie $g(x)=x^2+2x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(3)=\mathbf{2^{34}}$

b) $f_4'(7)=\mathbf{2^{49}}$

c) $f_4'(15)=\mathbf{2^{64}}$

d) $f_4'(1)=\mathbf{2^{19}}$

13. (Zadanie dodatkowe) Przy oznaczeniach jak w zadaniu poprzednim podaj wartość pochodnej.

a) $f_{16}'\left(2^{16}-1\right)=\mathbf{2^{2^{20}}}$

b) $f_{64}'\left(2^{64}-1\right)=\mathbf{2^{2^{70}}}$

c) $f_8'\left(2^{8}-1\right)=\mathbf{2^{2^{11}}}$

d) $f_{32}'\left(2^{32}-1\right)=\mathbf{2^{2^{37}}}$

Kolokwium 4 Wersja testu **B** 13 grudnia 2023 r.

1. Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[k]{n^k+24n^{k-1}}-n\right)$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{6}$

b) $G(3)=\mathbf{8}$

c) $G(2)=\mathbf{12}$

d) $G(8)=\mathbf{3}$

2. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{5n+k}{2n+1}:n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(1)=\mathbf{5/2}$

b) $G(2)=\mathbf{5/2}$

c) $G(4)=\mathbf{3}$

d) $G(3)=\mathbf{8/3}$

3. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{mn}{km^2+100n^2}:m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(81)=\mathbf{1/180}$

b) $G(9)=\mathbf{1/60}$

c) $G(4)=\mathbf{1/40}$

d) $G(49)=\mathbf{1/140}$

4. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{1}{n^2-100n+k}:n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(2510)=\mathbf{1/10}$

b) $G(2490)=\mathbf{1/6}$

c) $G(2470)=\mathbf{1/6}$

d) $G(2450)=\mathbf{1/14}$

5. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(1)=\mathbf{1/5}$

b) $f_4'(10\,000)=\mathbf{1/4000}$

c) $f_3'(125)=\mathbf{1/75}$

d) $f_2'(9)=\mathbf{1/6}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{8x+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(10)=\mathbf{4/9}$ b) $f'(6)=\mathbf{4/7}$

c) $f'(15)=\mathbf{4/11}$ d) $f'(3)=\mathbf{4/5}$

7. Niech $f_n(x)=(x^2+1)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(3)=\mathbf{1800}$ b) $f_4'(3)=\mathbf{24\,000}$

c) $f_5'(3)=\mathbf{300\,000}$ d) $f_6'(3)=\mathbf{3\,600\,000}$

8. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę a, aby funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & \text{dla} \quad x<k \\ x^5 & \text{dla} \quad x\geqslant k \end{cases}$$

była ciągła.

a) $k=1,\ \ a=\mathbf{1}$ b) $k=3,\ \ a=\mathbf{27}$

c) $k=2,\ \ a=\mathbf{8}$ d) $k=4,\ \ a=\mathbf{64}$

9. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k,k^3) do krzywej o równaniu $y=x^3$. Wówczas:

a) $y_2=\mathbf{-16}$ b) $y_3=\mathbf{-54}$

c) $y_1=\mathbf{-2}$ d) $y_5=\mathbf{-250}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas:

a) $f^{-1}(72)=\mathbf{8}$ b) $f^{-1}(9900)=\mathbf{99}$

c) $f^{-1}(420)=\mathbf{20}$ d) $f^{-1}(42)=\mathbf{6}$

11. (Zad. dodatkowe) Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{60n+k}{60n+1}\right)^n$. Wówczas:

a) $G(5)=\boldsymbol{\sqrt[15]{e}}$ b) $G(6)=\boldsymbol{\sqrt[12]{e}}$

c) $G(4)=\boldsymbol{\sqrt[20]{e}}$ d) $G(3)=\boldsymbol{\sqrt[30]{e}}$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem n egzemplarzy funkcji g, gdzie $g(x)=x^2+2x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(3)=\mathbf{2^{34}}$ b) $f_4'(7)=\mathbf{2^{49}}$

c) $f_4'(1)=\mathbf{2^{19}}$ d) $f_4'(15)=\mathbf{2^{64}}$

13. (Zadanie dodatkowe) Przy oznaczeniach jak w zadaniu poprzednim podaj wartość pochodnej.

a) $f_{64}'\left(2^{64}-1\right)=\mathbf{2^{2^{70}}}$ b) $f_{16}'\left(2^{16}-1\right)=\mathbf{2^{2^{20}}}$

c) $f_{32}'\left(2^{32}-1\right)=\mathbf{2^{2^{37}}}$ d) $f_8'\left(2^{8}-1\right)=\mathbf{2^{2^{11}}}$

Kolokwium 4 Wersja testu **C** 13 grudnia 2023 r.

1. Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[k]{n^k+24n^{k-1}}-n\right)$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{6}$

b) $G(2)=\mathbf{12}$

c) $G(8)=\mathbf{3}$

d) $G(3)=\mathbf{8}$

2. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{5n+k}{2n+1} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{3}$

b) $G(2)=\mathbf{5/2}$

c) $G(1)=\mathbf{5/2}$

d) $G(3)=\mathbf{8/3}$

3. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{mn}{km^2+100n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{1/40}$

b) $G(9)=\mathbf{1/60}$

c) $G(81)=\mathbf{1/180}$

d) $G(49)=\mathbf{1/140}$

4. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{1}{n^2-100n+k} : n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(2510)=\mathbf{1/10}$

b) $G(2470)=\mathbf{1/6}$

c) $G(2490)=\mathbf{1/6}$

d) $G(2450)=\mathbf{1/14}$

5. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(125)=\mathbf{1/75}$

b) $f_2'(9)=\mathbf{1/6}$

c) $f_5'(1)=\mathbf{1/5}$

d) $f_4'(10\,000)=\mathbf{1/4000}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{8x+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(10)=\mathbf{4/9}$ b) $f'(6)=\mathbf{4/7}$

c) $f'(15)=\mathbf{4/11}$ d) $f'(3)=\mathbf{4/5}$

7. Niech $f_n(x)=(x^2+1)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(3)=\mathbf{24\,000}$ b) $f_5'(3)=\mathbf{300\,000}$

c) $f_3'(3)=\mathbf{1800}$ d) $f_6'(3)=\mathbf{3\,600\,000}$

8. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę a, aby funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & \text{dla} \quad x<k \\ x^5 & \text{dla} \quad x\geqslant k \end{cases}$$

była ciągła.

a) $k=4$, $a=\mathbf{64}$ b) $k=3$, $a=\mathbf{27}$

c) $k=2$, $a=\mathbf{8}$ d) $k=1$, $a=\mathbf{1}$

9. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k,k^3) do krzywej o równaniu $y=x^3$. Wówczas:

a) $y_2=\mathbf{-16}$ b) $y_5=\mathbf{-250}$

c) $y_1=\mathbf{-2}$ d) $y_3=\mathbf{-54}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas:

a) $f^{-1}(42)=\mathbf{6}$ b) $f^{-1}(9900)=\mathbf{99}$

c) $f^{-1}(420)=\mathbf{20}$ d) $f^{-1}(72)=\mathbf{8}$

11. (Zad. dodatkowe) Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{60n+k}{60n+1}\right)^n$. Wówczas:

a) $G(6)=\boldsymbol{\sqrt[12]{e}}$ b) $G(4)=\boldsymbol{\sqrt[20]{e}}$

c) $G(3)=\boldsymbol{\sqrt[30]{e}}$ d) $G(5)=\boldsymbol{\sqrt[15]{e}}$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem n egzemplarzy funkcji g, gdzie $g(x)=x^2+2x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(7)=\mathbf{2^{49}}$ b) $f_4'(15)=\mathbf{2^{64}}$

c) $f_4'(1)=\mathbf{2^{19}}$ d) $f_4'(3)=\mathbf{2^{34}}$

13. (Zadanie dodatkowe) Przy oznaczeniach jak w zadaniu poprzednim podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'\left(2^8-1\right)=\mathbf{2^{2^{11}}}$ b) $f_{32}'\left(2^{32}-1\right)=\mathbf{2^{2^{37}}}$

c) $f_{16}'\left(2^{16}-1\right)=\mathbf{2^{2^{20}}}$ d) $f_{64}'\left(2^{64}-1\right)=\mathbf{2^{2^{70}}}$

Kolokwium 4 Wersja testu **D** 13 grudnia 2023 r.

1. Niech $G(k)=\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[k]{n^k+24n^{k-1}}-n\right)$. Wtedy:

a) $G(2)=\mathbf{12}$ b) $G(8)=\mathbf{3}$

c) $G(3)=\mathbf{8}$ d) $G(4)=\mathbf{6}$

2. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{5n+k}{2n+1}:n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(4)=\mathbf{3}$ b) $G(1)=\mathbf{5/2}$

c) $G(3)=\mathbf{8/3}$ d) $G(2)=\mathbf{5/2}$

3. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{mn}{km^2+100n^2}:m,n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(81)=\mathbf{1/180}$ b) $G(9)=\mathbf{1/60}$

c) $G(49)=\mathbf{1/140}$ d) $G(4)=\mathbf{1/40}$

4. Niech $G(k)=\sup\left\{\frac{1}{n^2-100n+k}:n\in\mathbb{N}\right\}$. Wtedy:

a) $G(2510)=\mathbf{1/10}$ b) $G(2490)=\mathbf{1/6}$

c) $G(2450)=\mathbf{1/14}$ d) $G(2470)=\mathbf{1/6}$

5. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(125)=\mathbf{1/75}$ b) $f_2'(9)=\mathbf{1/6}$

c) $f_4'(10\,000)=\mathbf{1/4000}$ d) $f_5'(1)=\mathbf{1/5}$

6. Niech $f(x)=\sqrt{8x+1}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(10)=\mathbf{4/9}$ b) $f'(6)=\mathbf{4/7}$

c) $f'(15)=\mathbf{4/11}$ d) $f'(3)=\mathbf{4/5}$

7. Niech $f_n(x)=(x^2+1)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_6'(3)=\mathbf{3\,600\,000}$ b) $f_4'(3)=\mathbf{24\,000}$

c) $f_5'(3)=\mathbf{300\,000}$ d) $f_3'(3)=\mathbf{1800}$

8. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę a, aby funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & \text{dla} \quad x<k \\ x^5 & \text{dla} \quad x\geqslant k \end{cases}$$

była ciągła.

a) $k=4,\quad a=\mathbf{64}$ b) $k=3,\quad a=\mathbf{27}$

c) $k=2,\quad a=\mathbf{8}$ d) $k=1,\quad a=\mathbf{1}$

9. Niech y_k będzie taką liczbą, że punkt $(0,y_k)$ leży na prostej stycznej w punkcie (k,k^3) do krzywej o równaniu $y=x^3$. Wówczas:

a) $y_5=\mathbf{-250}$ b) $y_1=\mathbf{-2}$

c) $y_2=\mathbf{-16}$ d) $y_3=\mathbf{-54}$

10. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas:

a) $f^{-1}(72)=\mathbf{8}$

b) $f^{-1}(42)=\mathbf{6}$

c) $f^{-1}(9900)=\mathbf{99}$

d) $f^{-1}(420)=\mathbf{20}$

11. (Zad. dodatkowe) Niech $G(k)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{60n+k}{60n+1}\right)^n$. Wówczas:

a) $G(6)=\boldsymbol{\sqrt[12]{e}}$

b) $G(5)=\boldsymbol{\sqrt[15]{e}}$

c) $G(3)=\boldsymbol{\sqrt[30]{e}}$

d) $G(4)=\boldsymbol{\sqrt[20]{e}}$

12. (Zadanie dodatkowe) Niech $f_n(x)=g(g(g(\ldots g(g(x))\ldots)))$ będzie złożeniem n egzemplarzy funkcji g, gdzie $g(x)=x^2+2x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_4'(15)=\mathbf{2^{64}}$

b) $f_4'(7)=\mathbf{2^{49}}$

c) $f_4'(3)=\mathbf{2^{34}}$

d) $f_4'(1)=\mathbf{2^{19}}$

13. (Zadanie dodatkowe) Przy oznaczeniach jak w zadaniu poprzednim podaj wartość pochodnej.

a) $f_{32}'\left(2^{32}-1\right)=\mathbf{2^{2^{37}}}$

b) $f_{16}'\left(2^{16}-1\right)=\mathbf{2^{2^{20}}}$

c) $f_{64}'\left(2^{64}-1\right)=\mathbf{2^{2^{70}}}$

d) $f_8'\left(2^{8}-1\right)=\mathbf{2^{2^{11}}}$