

**Egzamin**

Wersja testu **S** 13 lutego 2024 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji  $f$  określonej podanym wzorem.

a)  $f(x) = \sqrt{\log_7 \log_3 \log_4 x}$ ,  $D_f = \dots\dots\dots$

b)  $f(x) = \sqrt{\log_5 \log_6 \log_2 x}$ ,  $D_f = \dots\dots\dots$

c)  $f(x) = \sqrt{\log_9 \log_2 \log_8 x}$ ,  $D_f = \dots\dots\dots$

d)  $f(x) = \sqrt{\log_8 \log_2 \log_6 x}$ ,  $D_f = \dots\dots\dots$

2. Podaj kres górny zbioru.

a)  $\sup \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{m^4} \leq 81^{n^4} \right\} = \dots\dots\dots$

b)  $\sup \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 7^{m^2} \leq 49^{n^2} \right\} = \dots\dots\dots$

c)  $\sup \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^{m^3} \leq 25^{n^3} \right\} = \dots\dots\dots$

d)  $\sup \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8^{m^2} \leq 27^{n^2} \right\} = \dots\dots\dots$

3. Podaj wartość granicy ciągu.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 7n} - 3n) = \dots\dots$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n} - 2n) = \dots\dots$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \dots\dots$       d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{25n^2 + 9n} - 5n) = \dots\dots$

4. Podaj wzór na pochodną funkcji.

a)  $\frac{d}{dx} \operatorname{arctg}(x^{11}) = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{d}{dx} \ln(x^6 + x^5 + 7) = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{d}{dx} \operatorname{arctg}(x^7) = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d}{dx} \ln(x^7 + 5) = \dots\dots\dots$

5. Podaj wzór na pochodną funkcji.

a)  $\frac{d}{dx} \sqrt{x^3 + 5} = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{d}{dx} \sqrt{5x + 2} = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{7x + 3} = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{x^4 + 7} = \dots\dots\dots$

6. Podaj sumę szeregu:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^2}}{64^n} = \dots\dots\dots \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25^n} = \dots\dots\dots$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{49^n} = \dots\dots\dots \quad \text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{27^n} = \dots\dots\dots$$

7. Podaj sumę szeregu:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (2^{2^n} - 2^{2^{n+1}}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (5^{5^n} - 5^{5^{n+1}}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} (4^{4^n} - 4^{4^{n+1}}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} (3^{3^n} - 3^{3^{n+1}}) = \dots\dots\dots$$

8. Niech  $f(x) = x^5 \cdot \ln(1+x^3)$ . Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

$$\text{a) } f^{(17)}(0) = \dots\dots\dots \quad \text{b) } f^{(20)}(0) = \dots\dots\dots$$

$$\text{c) } f^{(14)}(0) = \dots\dots\dots \quad \text{d) } f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$$

**Egzamin**

Wersja testu **S** 13 lutego 2024 r.

11. Podaj dziedzinę funkcji  $f$  określonej podanym wzorem.

a)  $f(x) = \sqrt{(x-9)^{2024} \cdot (x-16)^{2025} \cdot (x-25)^{2024}}$

$D_f = \dots\dots\dots$

b)  $f(x) = \sqrt{(x-9)^{2024} \cdot (x-16)^{2024} \cdot (x-25)^{2025}}$

$D_f = \dots\dots\dots$

c)  $f(x) = \sqrt{(x-9)^{2025} \cdot (x-16)^{2024} \cdot (x-25)^{2025}}$

$D_f = \dots\dots\dots$

d)  $f(x) = \sqrt{(x-9)^{2025} \cdot (x-16)^{2025} \cdot (x-25)^{2024}}$

$D_f = \dots\dots\dots$

12. Podaj kres górny zbioru.

a)  $\sup \left\{ \frac{1}{10^n - 2024} : n \in \mathbb{N} \right\} = \dots\dots\dots$

b)  $\sup \left\{ \frac{1}{666 - 100n} : n \in \mathbb{N} \right\} = \dots\dots\dots$

c)  $\sup \left\{ \frac{1}{2024 - 10^n} : n \in \mathbb{N} \right\} = \dots\dots\dots$

d)  $\sup \left\{ \frac{1}{100n - 666} : n \in \mathbb{N} \right\} = \dots\dots\dots$

13. Podaj kres dolny zbioru.

a)  $\inf\{(x^2-2)^5 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

b)  $\inf\{(x^2-2)^4 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

c)  $\inf\{(x^2-2)^3 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

d)  $\inf\{(x^2-2)^6 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

14. Podaj sumę szeregu:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{64} - \sqrt[n+3]{64}) = \dots\dots\dots$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{64} - \sqrt[n+1]{64}) = \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{64} - \sqrt[n+2]{64}) = \dots\dots\dots$       d)  $\sum_{n=2}^{\infty} (\sqrt[n]{64} - \sqrt[n+1]{64}) = \dots\dots\dots$

15. Podaj wzór na pochodną funkcji.

a)  $\frac{d}{dx} \frac{1}{(x^3+1)^3} = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{d}{dx} \frac{1}{x^2+1} = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{d}{dx} \frac{1}{\sqrt{3x^3+1}} = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d}{dx} \frac{1}{\sqrt[3]{4x^4+1}} = \dots\dots\dots$

16. Podaj wzór na pochodną funkcji.

a)  $\frac{d}{dx} \ln \cos x = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{d}{dx} \sin \sin x = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{d}{dx} e^{x^2} = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d}{dx} \ln \ln x = \dots\dots\dots$

17. Podaj wzór na pochodną trzeciego rzędu.

a)  $\frac{d^3}{dx^3} \sqrt{x} = \dots\dots\dots$

b)  $\frac{d^3}{dx^3} \sqrt[5]{x} = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{d^3}{dx^3} \sqrt[4]{x} = \dots\dots\dots$

d)  $\frac{d^3}{dx^3} \sqrt[3]{x} = \dots\dots\dots$

18. Niech  $f(x) = x^5 \cdot e^{x^3}$ . Podaj wartość pochodnej danego rzędu.

a)  $f^{(17)}(0) = \dots\dots\dots$                       b)  $f^{(20)}(0) = \dots\dots\dots$

c)  $f^{(14)}(0) = \dots\dots\dots$                       d)  $f^{(11)}(0) = \dots\dots\dots$