

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w piątek 3.03.2023.**Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami !!!****Całkowanie przez podstawienie.**

W każdym z poniższych 20 zadań podaj wzór na funkcję różniczkowalną na całej prostej (lub w podanej dziedzinie) o podanym wzorze na pochodną oraz o podanej wartości w podanym punkcie.

$$641. \quad f'(x) = (4x - 5)^{54} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$642. \quad f'(x) = \sqrt{3x+1} \qquad f(1) = 1 \qquad D_f = \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \qquad f(x) = \dots\dots$$

$$643. \quad f'(x) = \frac{x}{(x^2+1)^4} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$644. \quad f'(x) = \frac{x^3}{x^4+1} \qquad f(0) = 7 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$645. \quad f'(x) = \frac{1}{(3x-5)^2+1} \qquad f(2) = 0 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$646. \quad f'(x) = \sqrt[5]{x} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$647. \quad f'(x) = 200x \cdot (x^2+1)^{99} \qquad f(0) = 0 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$648. \quad f'(x) = 6x^3 \cdot \sqrt{x^4+9} \qquad f(2) = 2 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$649. \quad f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1} \qquad f(-1) = -1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$650. \quad f'(x) = \frac{4x^3+2x+1}{(x^4+x^2+x+1)^2} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$651. \quad f'(x) = \sqrt[7]{x+1} \qquad f(0) = 2 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$652. \quad f'(x) = x^2 \cdot (x^3+1)^{100} \qquad f(0) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$653. \quad f'(x) = x^5 \cdot \sqrt[3]{x^6+7} \qquad f(1) = 0 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$654. \quad f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} \qquad f(0) = 0 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$655. \quad f'(x) = \frac{2x^3 + x}{x^4 + x^2 + 1} \qquad f(0) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$656. \quad f'(x) = \frac{2x^3 + x}{(x^4 + x^2 + 1)^2} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$657. \quad f'(x) = \frac{2x^3 + x}{(x^4 + x^2 + 1)^3} \qquad f(1) = 1 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$658. \quad f'(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \qquad f(0) = 0 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

W kolejnych dwóch zadaniach funkcje mają być ciągłe na \mathbb{R} i różniczkowalne na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$659. \quad f'(x) = \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} \qquad f(0) = 2 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

$$660. \quad f'(x) = \frac{\sin \sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x^4}} \qquad f(0) = 2 \qquad f(x) = \dots\dots\dots$$

Kolejne trzy zadania są przeznaczone do samodzielnej analizy (mają podane rozwiązania i nie będą omawiane na ćwiczeniach).

661. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[7]{x^5 + 1} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

662. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[11]{x^7 + 1} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

663. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 40}.$$

W tych z poniższych zadań, w których trzeba wykonać obliczenia dla jednej wybranej liczby n , po rozwiązaniu zadania przedyskutować inne wartości n , dla których rozwiązanie jest możliwe.

664. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[8]{x^6 + 1} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

665. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot (x^5 + 1)^{2023} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

666. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot e^{x^{10}} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej $n > 20$.

667. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x}{x^2 + 10x + 169} dx.$$

668. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^n}{x^{20} + 2x^{10} + 4} dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

669. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{k \cdot x^{20} + x^n}{(x^{21} + x^7 + 44)^{44}} dx$$

dla odpowiednio wybranych liczb naturalnych n i k .

670. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sqrt{2 + \sqrt{x+4}} dx.$$