

Kolokwium 8 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 16 czerwca 2023 r.

1. Niech $C(k) = \int_{-1}^2 |x| \cdot x^k dx$. Wówczas:

a) $C(1) = 7/3$

b) $C(2) = 17/4$

c) $C(3) = 31/5$

d) $C(4) = 65/6$

2. Niech $P(m, n)$ oznacza pole obszaru

$$\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 \wedge x^m \leq y \leq x^n\}.$$

Wówczas:

a) $P(5, 2) = 1/6$

b) $P(3, 2) = 1/12$

c) $P(14, 4) = 2/15$

d) $P(9, 4) = 1/10$

3. Niech

$$C(a, b) = \int_a^b \frac{3 dx}{x^2 + 3x}.$$

Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2, 7) = \ln \frac{7}{4}$

b) $C(1, 5) = \ln \frac{5}{2}$

c) $C(4, 11) = \ln \frac{11}{8}$

d) $C(3, 9) = \ln \frac{3}{2}$

4. Niech $a_n = \frac{(-1)^n}{2^n}$ oraz $S(k) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^k$. Wówczas:

a) $S(5) = -1/33$

b) $S(2) = 1/3$

c) $S(3) = -1/9$

d) $S(4) = 1/15$

5. Niech $a_n = \frac{1}{2^n}$. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (2^{9^{a_n}} - 2^{9^{a_{n+1}}}) = 6$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (5^{4^{a_n}} - 5^{4^{a_{n+1}}}) = 20$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (3^{9^{a_n}} - 3^{9^{a_{n+1}}}) = 24$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (7^{4^{a_n}} - 7^{4^{a_{n+1}}}) = 42$

6. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{4n}{n} \cdot x^n, \quad R = 27/256$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n}{n} \cdot x^n, \quad R = 4/27$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \cdot x^n, \quad R = 1/4$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \cdot x^{2n}, \quad R = 1/2$

7. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p , dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (2p-11)^n$, **(5, 6)** b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p-11)^n}{\sqrt{n}}$, **[10, 12)**

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p-11)^n}{n^2}$, **[10/3, 4]** d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4p-11)^n}{n}$, **[5/2, 3)**

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{16n} \sqrt{\frac{k}{n^3}} = \mathbf{128/3}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{9n} \sqrt{\frac{k}{n^3}} = \mathbf{18}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n} \sqrt{\frac{k}{n^3}} = \mathbf{16/3}$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{k}{n^3}} = \mathbf{2/3}$

9. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k}{n^4}} = \mathbf{45/4}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k}{n^4}} = \mathbf{12}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt[3]{\frac{k}{n^4}} = \mathbf{3/4}$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{27n} \sqrt[3]{\frac{k}{n^4}} = \mathbf{243/4}$

10. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że $\arctg n + \arctg w = \arctg(n+2)$.

a) $n=5, w=1/18$

b) $n=4, w=2/25$

c) $n=2, w=2/9$

d) $n=3, w=1/8$