

**Kolokwium 5 (AM2 22/23)**

Wersja testu **A** 4 maja 2023 r.

1. Podaj sumę szeregu:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{40^n} = \dots\dots\dots$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{70^n} = \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{50^n} = \dots\dots\dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{60^n} = \dots\dots\dots$

2. Podaj sumę szeregu:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{25 + \frac{9975}{n}} - \sqrt{25 + \frac{9975}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{16 + \frac{884}{n}} - \sqrt{16 + \frac{884}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{4 + \frac{60}{n}} - \sqrt{4 + \frac{60}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{35}{n}} - \sqrt{1 + \frac{35}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

3. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru  $p$ , dla których podany szereg jest zbieżny.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[3]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\sqrt[5]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\sqrt[4]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

4. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru  $p$ , dla których podany szereg jest zbieżny.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^p+1}}, \dots\dots\dots$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru  $p$ , dla których podany szereg jest zbieżny.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2p-3)^n, \dots\dots\dots$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (6p-4)^n, \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (6p-3)^n, \dots\dots\dots$       d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (15p-4)^n, \dots\dots\dots$

6. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru  $p$ , dla których podany szereg jest zbieżny.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(6p-5)^n}{n^3}, \dots\dots\dots$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4p-5)^n}{n^2}, \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2p-5)^n}{\sqrt{n}}, \dots\dots\dots$       d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3p-5)^n}{n}, \dots\dots\dots$

7. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{8n} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2 n}} = \dots\dots\dots$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{27n} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2 n}} = \dots\dots\dots$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{125n} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2 n}} = \dots\dots\dots$       d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{64n} \frac{1}{\sqrt[3]{k^2 n}} = \dots\dots\dots$

8. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{125n} \frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \dots\dots\dots$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{64n} \frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \dots\dots\dots$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{27n} \frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \dots\dots\dots$       d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{8n} \frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \dots\dots\dots$

9. Niech  $C(a, b) = \int_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$ . Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a)  $C(2, 64) = \dots\dots\dots$       b)  $C(\sqrt{2}, 128) = \dots\dots\dots$

c)  $C(\sqrt{2}, 32) = \dots\dots\dots$       d)  $C(5, 25) = \dots\dots\dots$

10. Niech  $C(n) = \int_0^\infty \frac{x^n dx}{(x^{13} + 1)^3}$ . Dla danego  $n$  podaj taką liczbę  $k \neq n$ , że  $C(k) = C(n)$ .

a)  $n = 13, k = \dots\dots\dots$       b)  $n = 11, k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 5, k = \dots\dots\dots$       d)  $n = 7, k = \dots\dots\dots$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Wykres funkcji ciągłej  $f_M : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja  $f$  jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0) = 0, \quad f(n) = 3^n, \quad f\left(n \pm \frac{1}{2 \cdot M^n}\right) = 0 \quad \text{dla } n \in \{1, 2, 3, \dots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja  $f$  jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a)  $\int_0^\infty f_{243}(x) dx = \dots\dots\dots$       b)  $\int_0^\infty f_9(x) dx = \dots\dots\dots$

c)  $\int_0^\infty f_{27}(x) dx = \dots\dots\dots$       d)  $\int_0^\infty f_{81}(x) dx = \dots\dots\dots$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu 11 podaj wartość całki niewłaściwej:

a)  $\int_0^\infty (f_{81}(x))^2 dx = \dots\dots\dots$       b)  $\int_0^\infty (f_{81}(x))^3 dx = \dots\dots\dots$

c)  $\int_0^\infty (f_{243}(x))^4 dx = \dots\dots\dots$       d)  $\int_0^\infty (f_{27}(x))^2 dx = \dots\dots\dots$