Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 4 maja 2023 r.

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 4 maja 2023 r.

1. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{40^n}=\mathbf{1/39}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{70^n}=\mathbf{1/69}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{50^n}=\mathbf{-1/51}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{60^n}=\mathbf{-1/61}$

2. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{25+\frac{9975}{n}}-\sqrt{25+\frac{9975}{n+1}}\right)=\mathbf{95}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{16+\frac{884}{n}}-\sqrt{16+\frac{884}{n+1}}\right)=\mathbf{26}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{4+\frac{60}{n}}-\sqrt{4+\frac{60}{n+1}}\right)=\mathbf{6}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{35}{n}}-\sqrt{1+\frac{35}{n+1}}\right)=\mathbf{5}$

3. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\mathbf{(12,\infty)}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\sqrt{n^p+1}}$, $\mathbf{(6,\infty)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\mathbf{(30,\infty)}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\mathbf{(20,\infty)}$

4. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\mathbf{(0,\infty)}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $\mathbf{(0,\infty)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\mathbf{(0,\infty)}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\mathbf{(0,\infty)}$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(2p-3)^n$, $(\mathbf{1, 2})$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}(6p-4)^n$, $(\mathbf{1/2, 5/6})$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(6p-3)^n$, $(\mathbf{1/3, 2/3})$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}(15p-4)^n$, $(\mathbf{1/5, 1/3})$

6. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(6p-5)^n}{n^3}$, $[\mathbf{2/3, 1}]$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4p-5)^n}{n^2}$, $[\mathbf{1, 3/2}]$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2p-5)^n}{\sqrt{n}}$, $[\mathbf{2, 3})$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3p-5)^n}{n}$, $[\mathbf{4/3, 2})$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}} = \mathbf{3}$

b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}} = \mathbf{6}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}} = \mathbf{12}$

d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}} = \mathbf{9}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \mathbf{36}$

b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \mathbf{45/2}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \mathbf{12}$

d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}} = \mathbf{9/2}$

9. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot\ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,64)=\mathbf{\ln 6}$ b) $C\left(\sqrt{2},128\right)=\mathbf{\ln 14}$

c) $C\left(\sqrt{2},32\right)=\mathbf{\ln 10}$ d) $C(5,25)=\mathbf{\ln 2}$

10. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{\left(x^{13}+1\right)^3}$. Dla danego n podaj taką liczbę $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=13,\ \ k=\mathbf{24}$ b) $n=11,\ \ k=\mathbf{26}$

c) $n=5,\ \ k=\mathbf{32}$ d) $n=7,\ \ k=\mathbf{30}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0,\quad f(n)=3^n,\quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{243}(x)\,dx=\mathbf{1/160}$ b) $\int\limits_0^\infty f_9(x)\,dx=\mathbf{1/4}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{27}(x)\,dx=\mathbf{1/16}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{81}(x)\,dx=\mathbf{1/52}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **11** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^2dx=\mathbf{1/24}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^3dx=\mathbf{1/8}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{243}(x)\right)^4dx=\mathbf{1/10}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{27}(x)\right)^2dx=\mathbf{1/6}$

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **B** 4 maja 2023 r.

1. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{50^n} = \mathbf{-1/51}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{70^n} = \mathbf{1/69}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{40^n} = \mathbf{1/39}$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{60^n} = \mathbf{-1/61}$

2. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1+\frac{35}{n}} - \sqrt{1+\frac{35}{n+1}} \right) = \mathbf{5}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4+\frac{60}{n}} - \sqrt{4+\frac{60}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25+\frac{9975}{n}} - \sqrt{25+\frac{9975}{n+1}} \right) = \mathbf{95}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{16+\frac{884}{n}} - \sqrt{16+\frac{884}{n+1}} \right) = \mathbf{26}$

3. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{30}, \boldsymbol{\infty}\right)$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{12}, \boldsymbol{\infty}\right)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{6}, \boldsymbol{\infty}\right)$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{20}, \boldsymbol{\infty}\right)$

4. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\infty}\right)$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\infty}\right)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\infty}\right)$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\infty}\right)$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}(15p-4)^n$, $(\mathbf{1/5,\ 1/3})$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}(6p-4)^n$, $(\mathbf{1/2,\ 5/6})$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}(6p-3)^n$, $(\mathbf{1/3,\ 2/3})$ d) $\sum_{n=1}^{\infty}(2p-3)^n$, $(\mathbf{1,\ 2})$

6. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4p-5)^n}{n^2}$, $[\mathbf{1,\ 3/2}]$ b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3p-5)^n}{n}$, $[\mathbf{4/3,\ 2})$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(6p-5)^n}{n^3}$, $[\mathbf{2/3,\ 1}]$ d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2p-5)^n}{\sqrt{n}}$, $[\mathbf{2,\ 3})$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{3}$ b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{6}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{9}$ d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{12}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{9/2}$ b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{45/2}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{12}$ d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{36}$

9. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot\ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt{2},128\right)=\mathbf{ln\,14}$

b) $C(5,25)=\mathbf{ln\,2}$

c) $C\left(\sqrt{2},32\right)=\mathbf{ln\,10}$

d) $C(2,64)=\mathbf{ln\,6}$

10. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{(x^{13}+1)^3}$. Dla danego n podaj taką liczbę $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=7,\ \ k=\mathbf{30}$

b) $n=13,\ \ k=\mathbf{24}$

c) $n=11,\ \ k=\mathbf{26}$

d) $n=5,\ \ k=\mathbf{32}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0,\quad f(n)=3^n,\quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0\qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{81}(x)\,dx=\mathbf{1/52}$

b) $\int\limits_0^\infty f_{243}(x)\,dx=\mathbf{1/160}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{27}(x)\,dx=\mathbf{1/16}$

d) $\int\limits_0^\infty f_{9}(x)\,dx=\mathbf{1/4}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **11** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^2\,dx=\mathbf{1/24}$

b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^3\,dx=\mathbf{1/8}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{27}(x)\right)^2\,dx=\mathbf{1/6}$

d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{243}(x)\right)^4\,dx=\mathbf{1/10}$

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 4 maja 2023 r.

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 4 maja 2023 r.

1. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{50^n} = \mathbf{-1/51}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{40^n} = \mathbf{1/39}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{60^n} = \mathbf{-1/61}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{70^n} = \mathbf{1/69}$

2. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{9975}{n}} - \sqrt{25 + \frac{9975}{n+1}} \right) = \mathbf{95}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4 + \frac{60}{n}} - \sqrt{4 + \frac{60}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{35}{n}} - \sqrt{1 + \frac{35}{n+1}} \right) = \mathbf{5}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{16 + \frac{884}{n}} - \sqrt{16 + \frac{884}{n+1}} \right) = \mathbf{26}$

3. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(6, \infty)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(12, \infty)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(30, \infty)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(20, \infty)}$

4. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(0, \infty)}$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(0, \infty)}$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(0, \infty)}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $\boldsymbol{(0, \infty)}$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(6p-3)^n$, $(\mathbf{1/3,\ 2/3})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2p-3)^n$, $(\mathbf{1,\ 2})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(15p-4)^n$, $(\mathbf{1/5,\ 1/3})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(6p-4)^n$, $(\mathbf{1/2,\ 5/6})$

6. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(4p-5)^n}{n^2}$, $[\mathbf{1,\ 3/2}]$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3p-5)^n}{n}$, $[\mathbf{4/3,\ 2})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(6p-5)^n}{n^3}$, $[\mathbf{2/3,\ 1}]$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2p-5)^n}{\sqrt{n}}$, $[\mathbf{2,\ 3})$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{6}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{9}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{3}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{12}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{36}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{45/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{12}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{9/2}$

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 4 maja 2023 r.

9. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt{2},128\right)=\mathbf{ln\,14}$ b) $C(2,64)=\mathbf{ln\,6}$

c) $C\left(\sqrt{2},32\right)=\mathbf{ln\,10}$ d) $C(5,25)=\mathbf{ln\,2}$

10. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{(x^{13}+1)^3}$. Dla danego n podaj taką liczbę $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=5$, $k=\mathbf{32}$ b) $n=13$, $k=\mathbf{24}$

c) $n=11$, $k=\mathbf{26}$ d) $n=7$, $k=\mathbf{30}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0,\quad f(n)=3^n,\quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0\qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{243}(x)\,dx=\mathbf{1/160}$ b) $\int\limits_0^\infty f_{27}(x)\,dx=\mathbf{1/16}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{9}(x)\,dx=\mathbf{1/4}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{81}(x)\,dx=\mathbf{1/52}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **11** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/8}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{243}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/10}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{27}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/6}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/24}$

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **D** 4 maja 2023 r.

1. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{40^n} = \mathbf{1/39}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{60^n} = \mathbf{-1/61}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{70^n} = \mathbf{1/69}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{50^n} = \mathbf{-1/51}$

2. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{9975}{n}} - \sqrt{25 + \frac{9975}{n+1}} \right) = \mathbf{95}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{35}{n}} - \sqrt{1 + \frac{35}{n+1}} \right) = \mathbf{5}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{16 + \frac{884}{n}} - \sqrt{16 + \frac{884}{n+1}} \right) = \mathbf{26}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4 + \frac{60}{n}} - \sqrt{4 + \frac{60}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

3. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(30, \infty\right)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(12, \infty\right)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(20, \infty\right)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(6, \infty\right)}$

4. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(0, \infty\right)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(0, \infty\right)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(0, \infty\right)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^p+1}}$, $\boldsymbol{\left(0, \infty\right)}$

5. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(6p-3)^n$, $(\mathbf{1/3, 2/3})$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2p-3)^n$, $(\mathbf{1, 2})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(6p-4)^n$, $(\mathbf{1/2, 5/6})$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(15p-4)^n$, $(\mathbf{1/5, 1/3})$

6. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(4p-5)^n}{n^2}$, $[\mathbf{1, 3/2}]$

b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(3p-5)^n}{n}$, $[\mathbf{4/3, 2})$

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(6p-5)^n}{n^3}$, $[\mathbf{2/3, 1}]$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2p-5)^n}{\sqrt{n}}$, $[\mathbf{2, 3})$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{12}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{6}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{9}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{k^2n}}=\mathbf{3}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{125n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{36}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{64n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{45/2}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{27n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{12}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\frac{1}{\sqrt[3]{kn^2}}=\mathbf{9/2}$

Kolokwium 5 (AM2 22/23) Wersja testu **D** 4 maja 2023 r.

9. Niech $C(a,b)=\int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot\ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,64)=\mathbf{\ln 6}$ b) $C\left(\sqrt{2},32\right)=\mathbf{\ln 10}$

c) $C\left(\sqrt{2},128\right)=\mathbf{\ln 14}$ d) $C(5,25)=\mathbf{\ln 2}$

10. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{(x^{13}+1)^3}$. Dla danego n podaj taką liczbę $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=7,\ \ k=\mathbf{30}$ b) $n=5,\ \ k=\mathbf{32}$

c) $n=13,\ \ k=\mathbf{24}$ d) $n=11,\ \ k=\mathbf{26}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0,\quad f(n)=3^n,\quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{243}(x)\,dx=\mathbf{1/160}$ b) $\int\limits_0^\infty f_{81}(x)\,dx=\mathbf{1/52}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{9}(x)\,dx=\mathbf{1/4}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{27}(x)\,dx=\mathbf{1/16}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **11** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{243}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/10}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/8}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{81}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/24}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{27}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/6}$