Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 20 kwietnia 2023 r.

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 20 kwietnia 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} |x-1|\, dx =$ .... b) $\int\limits_0^{10} |x-2|\, dx =$ ....

c) $\int\limits_0^{10} |x-3|\, dx =$ .... d) $\int\limits_0^{10} |x-4|\, dx =$ ....

2. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,128) =$ .... b) $C(5,125) =$ ....

c) $C(3,81) =$ .... d) $C(2,4) =$ ....

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{35n} \frac{1}{k} =$ .... b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{25n} \frac{1}{k} =$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{77n} \frac{1}{k} =$ .... d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{21n} \frac{1}{k} =$ ....

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=16n+1}^{121n} \frac{1}{\sqrt{kn}} =$ .... b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{9n} \frac{1}{\sqrt{kn}} =$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{25n} \frac{1}{\sqrt{kn}} =$ .... d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=9n+1}^{49n} \frac{1}{\sqrt{kn}} =$ ....

5. Dla danych n, k podaj takie $m > k$, że krzywa o równaniu $y = x^k$ dzieli obszar

$$\{(x, y):\ 0 \leqslant x \leqslant 1 \ \wedge\ x^m \leqslant y \leqslant x^n\}$$

na dwa obszary o równych polach.

a) $n = 1$, $k = 2$, $m =$ .... b) $n = 5$, $k = 9$, $m =$ ....

c) $n = 2$, $k = 3$, $m =$ .... d) $n = 9$, $k = 14$, $m =$ ....

6. Niech $C(a) = \int\limits_a^\infty \frac{dx}{x^2+1}$. Wtedy:

a) $C\left(\sqrt{3}\right) =$ .... b) $C(1) =$ ....

c) $C(0) =$ .... d) $C\left(1/\sqrt{3}\right) =$ ....

7. Niech $C(a) = \int\limits_a^\infty \frac{60\,dx}{x^2+120x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(1) =$ .... b) $C(15) =$ ....

c) $C(8) =$ .... d) $C(5) =$ ....

8. Niech $C(n) = \int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{x^{22}+x^{11}+1}$. Dla danego n podaj takie $k \neq n$, że $C(k) = C(n)$.

a) $n = 7$, $k =$ .... b) $n = 5$, $k =$ ....

c) $n = 3$, $k =$ .... d) $n = 2$, $k =$ ....

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 20 kwietnia 2023 r.

9. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisz nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[4]{x^{25}+x^7}}\,dx,$ .... b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^9+x^3}}\,dx,$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{x^4+x^2}\,dx,$ .... d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[3]{x^{16}+x^5}}\,dx,$ ....

10. Wykres funkcji ciągłej $f_M : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0, \quad f(n)=2^n, \quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{64}(x)\,dx =$ .... b) $\int\limits_0^\infty f_{32}(x)\,dx =$ ....

c) $\int\limits_0^\infty f_{8}(x)\,dx =$ .... d) $\int\limits_0^\infty f_{16}(x)\,dx =$ ....

11. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^2\,dx =$ .... b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{8}(x)\Big)^2\,dx =$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^2\,dx =$ .... d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^2\,dx =$ ....

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^3\,dx =$ .... b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^4\,dx =$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^4\,dx =$ .... d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^3\,dx =$ ....