Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 20 kwietnia 2023 r.

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **A** 20 kwietnia 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} |x-1|\,dx = \mathbf{41}$ b) $\int\limits_0^{10} |x-2|\,dx = \mathbf{34}$

c) $\int\limits_0^{10} |x-3|\,dx = \mathbf{29}$ d) $\int\limits_0^{10} |x-4|\,dx = \mathbf{26}$

2. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,128) = \mathbf{\ln 7}$ b) $C(5,125) = \mathbf{\ln 3}$

c) $C(3,81) = \mathbf{2 \cdot \ln 2} = \mathbf{\ln 4}$ d) $C(2,4) = \mathbf{\ln 2}$

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{35n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 7}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{25n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{77n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 11}$ d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{21n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 3}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=16n+1}^{121n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{14}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{9n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{4}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{25n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{6}$ d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=9n+1}^{49n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{8}$

5. Dla danych n, k podaj takie $m>k$, że krzywa o równaniu $y=x^k$ dzieli obszar

$$\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant 1\ \wedge\ x^m\leqslant y\leqslant x^n\}$$

na dwa obszary o równych polach.

a) $n=1,\ \ k=2,\ \ m=\mathbf{5}$

b) $n=5,\ \ k=9,\ \ m=\mathbf{29}$

c) $n=2,\ \ k=3,\ \ m=\mathbf{5}$

d) $n=9,\ \ k=14,\ \ m=\mathbf{29}$

6. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{dx}{x^2+1}$. Wtedy:

a) $C\left(\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/6}$

b) $C(1)=\boldsymbol{\pi/4}$

c) $C(0)=\boldsymbol{\pi/2}$

d) $C\left(1/\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/3}$

7. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{60\,dx}{x^2+120x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(1)=\mathbf{ln\,11}$

b) $C(15)=\mathbf{ln\,3}$

c) $C(8)=\mathbf{2\cdot ln\,2}=\mathbf{ln\,4}$

d) $C(5)=\mathbf{ln\,5}$

8. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{x^{22}+x^{11}+1}$. Dla danego n podaj takie $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=7,\ \ k=\mathbf{13}$

b) $n=5,\ \ k=\mathbf{15}$

c) $n=3,\ \ k=\mathbf{17}$

d) $n=2,\ \ k=\mathbf{18}$

9. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisz nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[4]{x^{25}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{3/4, 21/4})$ b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^9+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2, 7/2})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{x^4+x^2}\,dx$, $(\mathbf{1, 3})$ d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[3]{x^{16}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{2/3, 13/3})$

10. Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0, \quad f(n)=2^n, \quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{64}(x)\,dx=\mathbf{1/62}$ b) $\int\limits_0^\infty f_{32}(x)\,dx=\mathbf{1/30}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{8}(x)\,dx=\mathbf{1/6}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{16}(x)\,dx=\mathbf{1/14}$

11. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{64}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/45}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{8}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/3}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{16}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/9}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/21}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/12}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/5}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{64}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/15}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{16}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/4}$

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **B** 20 kwietnia 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} |x-3|\,dx = \mathbf{29}$

b) $\int\limits_0^{10} |x-2|\,dx = \mathbf{34}$

c) $\int\limits_0^{10} |x-1|\,dx = \mathbf{41}$

d) $\int\limits_0^{10} |x-4|\,dx = \mathbf{26}$

2. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,4) = \mathbf{\ln 2}$

b) $C(3,81) = \mathbf{2 \cdot \ln 2} = \mathbf{\ln 4}$

c) $C(2,128) = \mathbf{\ln 7}$

d) $C(5,125) = \mathbf{\ln 3}$

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{77n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 11}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{35n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{25n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{21n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 3}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=16n+1}^{121n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{14}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=9n+1}^{49n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{8}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{25n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{6}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{9n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{4}$

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **B** 20 kwietnia 2023 r.

5. Dla danych n, k podaj takie $m>k$, że krzywa o równaniu $y=x^k$ dzieli obszar

$$\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant 1\ \wedge\ x^m\leqslant y\leqslant x^n\}$$

na dwa obszary o równych polach.

a) $n=9,\ \ k=14,\ \ m=\mathbf{29}$

b) $n=5,\ \ k=9,\ \ m=\mathbf{29}$

c) $n=2,\ \ k=3,\ \ m=\mathbf{5}$

d) $n=1,\ \ k=2,\ \ m=\mathbf{5}$

6. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{dx}{x^2+1}$. Wtedy:

a) $C(1)=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $C\left(1/\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $C\left(\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/6}$

d) $C(0)=\boldsymbol{\pi/2}$

7. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{60\,dx}{x^2+120x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(1)=\mathbf{ln\,11}$

b) $C(15)=\mathbf{ln\,3}$

c) $C(5)=\mathbf{ln\,5}$

d) $C(8)=\mathbf{2\cdot ln\,2}=\mathbf{ln\,4}$

8. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{x^{22}+x^{11}+1}$. Dla danego n podaj takie $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=2,\ \ k=\mathbf{18}$

b) $n=5,\ \ k=\mathbf{15}$

c) $n=3,\ \ k=\mathbf{17}$

d) $n=7,\ \ k=\mathbf{13}$

9. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisz nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^9+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2, 7/2})$ b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[3]{x^{16}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{2/3, 13/3})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{x^4+x^2}\,dx$, $(\mathbf{1, 3})$ d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[4]{x^{25}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{3/4, 21/4})$

10. Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0, \quad f(n)=2^n, \quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{16}(x)\,dx=\mathbf{1/14}$ b) $\int\limits_0^\infty f_{64}(x)\,dx=\mathbf{1/62}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{32}(x)\,dx=\mathbf{1/30}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{8}(x)\,dx=\mathbf{1/6}$

11. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/21}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{64}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/45}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{16}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/9}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{8}(x)\right)^2 dx=\mathbf{1/3}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/12}$ b) $\int\limits_0^\infty \left(f_{32}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/5}$

c) $\int\limits_0^\infty \left(f_{16}(x)\right)^3 dx=\mathbf{1/4}$ d) $\int\limits_0^\infty \left(f_{64}(x)\right)^4 dx=\mathbf{1/15}$

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 20 kwietnia 2023 r.

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 20 kwietnia 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} |x-3|\,dx = \mathbf{29}$

b) $\int\limits_0^{10} |x-1|\,dx = \mathbf{41}$

c) $\int\limits_0^{10} |x-4|\,dx = \mathbf{26}$

d) $\int\limits_0^{10} |x-2|\,dx = \mathbf{34}$

2. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,128) = \mathbf{\ln 7}$

b) $C(3,81) = \mathbf{2 \cdot \ln 2 = \ln 4}$

c) $C(2,4) = \mathbf{\ln 2}$

d) $C(5,125) = \mathbf{\ln 3}$

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{25n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 5}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{35n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{77n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 11}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{21n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 3}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=16n+1}^{121n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{14}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{25n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{6}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=9n+1}^{49n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{8}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{9n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{4}$

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **C** 20 kwietnia 2023 r.

5. Dla danych n, k podaj takie $m>k$, że krzywa o równaniu $y=x^k$ dzieli obszar

$$\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant 1\ \wedge\ x^m\leqslant y\leqslant x^n\}$$

na dwa obszary o równych polach.

a) $n=2,\ \ k=3,\ \ m=\mathbf{5}$

b) $n=1,\ \ k=2,\ \ m=\mathbf{5}$

c) $n=9,\ \ k=14,\ \ m=\mathbf{29}$

d) $n=5,\ \ k=9,\ \ m=\mathbf{29}$

6. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{dx}{x^2+1}$. Wtedy:

a) $C(1)=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $C\left(1/\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $C\left(\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/6}$

d) $C(0)=\boldsymbol{\pi/2}$

7. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{60\,dx}{x^2+120x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(15)=\mathbf{ln\,3}$

b) $C(5)=\mathbf{ln\,5}$

c) $C(1)=\mathbf{ln\,11}$

d) $C(8)=\mathbf{2\cdot ln\,2}=\mathbf{ln\,4}$

8. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{x^{22}+x^{11}+1}$. Dla danego n podaj takie $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=7,\ \ k=\mathbf{13}$

b) $n=5,\ \ k=\mathbf{15}$

c) $n=3,\ \ k=\mathbf{17}$

d) $n=2,\ \ k=\mathbf{18}$

9. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisz nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^9+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2, 7/2})$ b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[4]{x^{25}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{3/4, 21/4})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{x^4+x^2}\,dx$, $(\mathbf{1, 3})$ d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[3]{x^{16}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{2/3, 13/3})$

10. Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0, \quad f(n)=2^n, \quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\},$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_8(x)\,dx=\mathbf{1/6}$ b) $\int\limits_0^\infty f_{64}(x)\,dx=\mathbf{1/62}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{32}(x)\,dx=\mathbf{1/30}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{16}(x)\,dx=\mathbf{1/14}$

11. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/45}$ b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/9}$

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_8(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/3}$ d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/21}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^4\,dx=\mathbf{1/5}$ b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^4\,dx=\mathbf{1/15}$

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^3\,dx=\mathbf{1/4}$ d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^3\,dx=\mathbf{1/12}$

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **D** 20 kwietnia 2023 r.

Kolokwium 4 (AM2 22/23) Wersja testu **D** 20 kwietnia 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} |x-1|\,dx = \mathbf{41}$

b) $\int\limits_0^{10} |x-4|\,dx = \mathbf{26}$

c) $\int\limits_0^{10} |x-2|\,dx = \mathbf{34}$

d) $\int\limits_0^{10} |x-3|\,dx = \mathbf{29}$

2. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot\ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C(2,128) = \mathbf{\ln 7}$

b) $C(2,4) = \mathbf{\ln 2}$

c) $C(5,125) = \mathbf{\ln 3}$

d) $C(3,81) = \mathbf{2\cdot\ln 2} = \mathbf{\ln 4}$

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{77n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 11}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{35n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 7}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=7n+1}^{21n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 3}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=5n+1}^{25n} \frac{1}{k} = \mathbf{\ln 5}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=16n+1}^{121n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{14}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=9n+1}^{49n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{8}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{9n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{4}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=4n+1}^{25n} \frac{1}{\sqrt{kn}} = \mathbf{6}$

5. Dla danych n, k podaj takie $m>k$, że krzywa o równaniu $y=x^k$ dzieli obszar

$$\{(x,y):\ 0\leqslant x\leqslant 1\ \wedge\ x^m\leqslant y\leqslant x^n\}$$

na dwa obszary o równych polach.

a) $n=2,\ \ k=3,\ \ m=\mathbf{5}$

b) $n=1,\ \ k=2,\ \ m=\mathbf{5}$

c) $n=5,\ \ k=9,\ \ m=\mathbf{29}$

d) $n=9,\ \ k=14,\ \ m=\mathbf{29}$

6. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{dx}{x^2+1}$. Wtedy:

a) $C(1)=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $C\left(1/\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $C\left(\sqrt{3}\right)=\boldsymbol{\pi/6}$

d) $C(0)=\boldsymbol{\pi/2}$

7. Niech $C(a)=\int\limits_a^\infty \frac{60\,dx}{x^2+120x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol ”ln”.

a) $C(8)=\mathbf{2\cdot\ln 2}=\mathbf{\ln 4}$

b) $C(15)=\mathbf{\ln 3}$

c) $C(5)=\mathbf{\ln 5}$

d) $C(1)=\mathbf{\ln 11}$

8. Niech $C(n)=\int\limits_0^\infty \frac{x^n\,dx}{x^{22}+x^{11}+1}$. Dla danego n podaj takie $k\neq n$, że $C(k)=C(n)$.

a) $n=7,\ \ k=\mathbf{13}$

b) $n=5,\ \ k=\mathbf{15}$

c) $n=3,\ \ k=\mathbf{17}$

d) $n=2,\ \ k=\mathbf{18}$

9. Podaj w postaci przedziału zbiór wszystkich wartości parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna. Bardzo starannie pisz nawiasy określające przynależność końców do przedziału.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[4]{x^{25}+x^7}}\,dx$, $(\mathbf{3/4,\ 21/4})$ b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{x^4+x^2}\,dx$, $(\mathbf{1,\ 3})$

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt{x^9+x^3}}\,dx$, $(\mathbf{1/2,\ 7/2})$ d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^p}{\sqrt[3]{x^{16}+x^5}}\,dx$, $(\mathbf{2/3,\ 13/3})$

10. Wykres funkcji ciągłej $f_M:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ tworzą ramiona trójkątów równoramiennych w okolicy argumentów naturalnych, a poza tym funkcja f jest zerowa. Dokładniej:

$$f(0)=0,\quad f(n)=2^n,\quad f\left(n\pm\frac{1}{2\cdot M^n}\right)=0 \qquad \text{dla } n\in\{1,2,3,\ldots\}\,,$$

a pomiędzy podanymi wyżej punktami funkcja f jest liniowa. Podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty f_{16}(x)\,dx=\mathbf{1/14}$ b) $\int\limits_0^\infty f_8(x)\,dx=\mathbf{1/6}$

c) $\int\limits_0^\infty f_{64}(x)\,dx=\mathbf{1/62}$ d) $\int\limits_0^\infty f_{32}(x)\,dx=\mathbf{1/30}$

11. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/45}$ b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/21}$

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_8(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/3}$ d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^2\,dx=\mathbf{1/9}$

12. (ZAD. DODATKOWE) Przy oznaczeniach jak w zadaniu **10** podaj wartość całki niewłaściwej:

a) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{64}(x)\Big)^4\,dx=\mathbf{1/15}$ b) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^4\,dx=\mathbf{1/5}$

c) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{32}(x)\Big)^3\,dx=\mathbf{1/12}$ d) $\int\limits_0^\infty \Big(f_{16}(x)\Big)^3\,dx=\mathbf{1/4}$