Egzamin część II Wersja testu **A** 21 czerwca 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{8x+1}} =$ .... b) $\int\limits_0^{8} \frac{dx}{\sqrt{10x+1}} =$ ....

c) $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{5x+1}} =$ .... d) $\int\limits_0^{5} \frac{dx}{\sqrt{16x+1}} =$ ....

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{26x+1}} =$ .... b) $\int\limits_0^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{13x+1}} =$ ....

c) $\int\limits_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}} =$ .... d) $\int\limits_0^{26} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} =$ ....

3. Niech

$$C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{3\,dx}{x^2+6x}\,.$$

Podaj w postaci $\mathbf{ln}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$, gdzie NWD$(m,n)=1$.

a) $C(3,18) =$ .... b) $C(4,10) =$ ....

c) $C(8,21) =$ .... d) $C(1,21) =$ ....

4. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol ”ln”.

a) $C\left(\sqrt[11]{3}, 81\right) =$ .... b) $C\left(\sqrt[3]{2}, 16\right) =$ ....

c) $C\left(\sqrt[5]{2}, 64\right) =$ .... d) $C\left(\sqrt[7]{3}, 27\right) =$ ....

5. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^1 \{x\}-\{x\}^2\,dx =$ .... b) $\int\limits_7^{127} \{x\}-\{x\}^2\,dx =$ ....

c) $\int\limits_0^{60} \{x\}-\{x\}^2\,dx =$ .... d) $\int\limits_{66}^{666} \{x\}-\{x\}^2\,dx =$ ....

6. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_{66}^{666} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx =$ .... b) $\int\limits_7^{127} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx =$ ....

c) $\int\limits_0^1 \{x\}^2-\{x\}^3\,dx =$ .... d) $\int\limits_0^{60} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx =$ ....

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} =$ .... b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} =$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{100n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} =$ .... d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} =$ ....

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{1000n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} =$ .... b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} =$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} =$ .... d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} =$ ....

9. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg} w = \operatorname{arctg}(2n)$.

a) $n=4$, $w=$ .... b) $n=2$, $w=$ ....

c) $n=1$, $w=$ .... d) $n=3$, $w=$ ....

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^3 \sqrt{18-x^2}\,dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$ b) $\int\limits_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\int\limits_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$ d) $\int\limits_0^3 \sqrt{12-x^2}\,dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 2{,}044$ $\int\limits_0^3 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) $\int\limits_1^5 \sqrt{x^2+24}\,dx \approx 23{,}318$ $\int\limits_5^7 \sqrt{x^2-24}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\int\limits_1^5 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx 25{,}088$ $\int\limits_5^7 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\int\limits_3^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 5{,}591$ $\int\limits_0^4 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

12. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 20{,}137$ $\int\limits_1^7 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

b) $\int\limits_7^8 \sqrt{x^2-48}\,dx \approx 2{,}769$ $\int\limits_1^4 \sqrt{x^2+48}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $\int\limits_4^8 \sqrt{x^2-15}\,dx \approx 17{,}760$ $\int\limits_1^7 \sqrt{x^2+15}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$

d) $\int\limits_7^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 2{,}831$ $\int\limits_1^4 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \ldots\ldots\ldots\ldots$