Egzamin część II Wersja testu **A** 21 czerwca 2023 r.

Egzamin część II Wersja testu **A** 21 czerwca 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{8x+1}} = \mathbf{2}$ b) $\int\limits_0^{8} \frac{dx}{\sqrt{10x+1}} = \mathbf{8/5}$

c) $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{5x+1}} = \mathbf{16/5}$ d) $\int\limits_0^{5} \frac{dx}{\sqrt{16x+1}} = \mathbf{1}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{26x+1}} = \mathbf{6/13}$ b) $\int\limits_0^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{13x+1}} = \mathbf{12/13}$

c) $\int\limits_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}} = \mathbf{6}$ d) $\int\limits_0^{26} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \mathbf{12}$

3. Niech

$$C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{3\,dx}{x^2+6x} .$$

Podaj w postaci $\mathbf{ln}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$, gdzie $\mathrm{NWD}(m,n) = 1$.

a) $C(3,18) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ b) $C(4,10) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}$

c) $C(8,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}}$ d) $C(1,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}}$

4. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x \cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt[11]{3}, 81\right) = \mathbf{ln44}$ b) $C\left(\sqrt[3]{2}, 16\right) = \mathbf{ln12}$

c) $C\left(\sqrt[5]{2}, 64\right) = \mathbf{ln30}$ d) $C\left(\sqrt[7]{3}, 27\right) = \mathbf{ln21}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^1 \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{1/6}$

b) $\int_7^{127} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{20}$

c) $\int_0^{60} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{10}$

d) $\int_{66}^{666} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{100}$

6. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_{66}^{666} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{50}$

b) $\int_7^{127} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{10}$

c) $\int_0^1 \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{1/12}$

d) $\int_0^{60} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{5}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{2/5}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{64/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{100n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{40\,000}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{62/5}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{1000n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{60\,000}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{93/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{96/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{3/5}$

9. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg} w = \operatorname{arctg}(2n)$.

a) $n=4,\ \ w=\mathbf{4/33}$

b) $n=2,\ \ w=\mathbf{2/9}$

c) $n=1,\ \ w=\mathbf{1/3}$

d) $n=3,\ \ w=\mathbf{3/19}$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^3 \sqrt{18-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9}{2}+\frac{9\pi}{4}}$ b) $\int\limits_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\pi}{4}}$

c) $\int\limits_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\cdot\sqrt{3}}{2}+3\pi}$ d) $\int\limits_0^3 \sqrt{12-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+2\pi}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 2{,}044$ $\int\limits_0^3 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{14{,}044}$

b) $\int\limits_1^5 \sqrt{x^2+24}\,dx \approx 23{,}318$ $\int\limits_5^7 \sqrt{x^2-24}\,dx \approx \mathbf{6{,}682}$

c) $\int\limits_1^5 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx 25{,}088$ $\int\limits_5^7 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx \mathbf{7{,}088}$

d) $\int\limits_3^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 5{,}591$ $\int\limits_0^4 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{17{,}591}$

12. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 20{,}137$ $\int\limits_1^7 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{40{,}137}$

b) $\int\limits_7^8 \sqrt{x^2-48}\,dx \approx 2{,}769$ $\int\limits_1^4 \sqrt{x^2+48}\,dx \approx \mathbf{22{,}231}$

c) $\int\limits_4^8 \sqrt{x^2-15}\,dx \approx 17{,}760$ $\int\limits_1^7 \sqrt{x^2+15}\,dx \approx \mathbf{34{,}240}$

d) $\int\limits_7^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 2{,}831$ $\int\limits_1^4 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{22{,}831}$

Egzamin część II Wersja testu **B** 21 czerwca 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{5x+1}} = \mathbf{16/5}$ b) $\int\limits_0^{8} \frac{dx}{\sqrt{10x+1}} = \mathbf{8/5}$

c) $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{8x+1}} = \mathbf{2}$ d) $\int\limits_0^{5} \frac{dx}{\sqrt{16x+1}} = \mathbf{1}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{26} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \mathbf{12}$ b) $\int\limits_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}} = \mathbf{6}$

c) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{26x+1}} = \mathbf{6/13}$ d) $\int\limits_0^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{13x+1}} = \mathbf{12/13}$

3. Niech

$$C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{3\,dx}{x^2+6x}\,.$$

Podaj w postaci $\mathbf{ln\frac{m}{n}}$, gdzie $\mathrm{NWD}(m,n)=1$.

a) $C(8,21) = \mathbf{ln\frac{7}{6}}$ b) $C(3,18) = \mathbf{ln\frac{3}{2}}$

c) $C(4,10) = \mathbf{ln\frac{5}{4}}$ d) $C(1,21) = \mathbf{ln\frac{7}{3}}$

4. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt[11]{3}, 81\right) = \mathbf{ln44}$ b) $C\left(\sqrt[7]{3}, 27\right) = \mathbf{ln21}$

c) $C\left(\sqrt[5]{2}, 64\right) = \mathbf{ln30}$ d) $C\left(\sqrt[3]{2}, 16\right) = \mathbf{ln12}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_{66}^{666} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{100}$

b) $\int_{7}^{127} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{20}$

c) $\int_{0}^{60} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{10}$

d) $\int_{0}^{1} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{1/6}$

6. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_{7}^{127} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{10}$

b) $\int_{0}^{60} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{5}$

c) $\int_{66}^{666} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{50}$

d) $\int_{0}^{1} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{1/12}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{2/5}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{4n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{64/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{4n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{62/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{100n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{40\,000}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{3/5}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{93/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{96/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{1000n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{60\,000}$

9. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg} w = \operatorname{arctg}(2n)$.

a) $n=2,\ \ w=\mathbf{2/9}$

b) $n=3,\ \ w=\mathbf{3/19}$

c) $n=1,\ \ w=\mathbf{1/3}$

d) $n=4,\ \ w=\mathbf{4/33}$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^3 \sqrt{12-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+2\pi}$ b) $\int_0^3 \sqrt{18-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9}{2}+\frac{9\pi}{4}}$

c) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\pi}{4}}$ d) $\int_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\cdot\sqrt{3}}{2}+3\pi}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int_3^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 5{,}591$ $\int_0^4 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{17{,}591}$

b) $\int_4^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 2{,}044$ $\int_0^3 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{14{,}044}$

c) $\int_1^5 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx 25{,}088$ $\int_5^7 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx \mathbf{7{,}088}$

d) $\int_1^5 \sqrt{x^2+24}\,dx \approx 23{,}318$ $\int_5^7 \sqrt{x^2-24}\,dx \approx \mathbf{6{,}682}$

12. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int_4^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 20{,}137$ $\int_1^7 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{40{,}137}$

b) $\int_7^8 \sqrt{x^2-48}\,dx \approx 2{,}769$ $\int_1^4 \sqrt{x^2+48}\,dx \approx \mathbf{22{,}231}$

c) $\int_7^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 2{,}831$ $\int_1^4 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{22{,}831}$

d) $\int_4^8 \sqrt{x^2-15}\,dx \approx 17{,}760$ $\int_1^7 \sqrt{x^2+15}\,dx \approx \mathbf{34{,}240}$

Egzamin część II Wersja testu **C** 21 czerwca 2023 r.

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{5x+1}} = \mathbf{16/5}$

b) $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{8x+1}} = \mathbf{2}$

c) $\int\limits_0^{5} \frac{dx}{\sqrt{16x+1}} = \mathbf{1}$

d) $\int\limits_0^{8} \frac{dx}{\sqrt{10x+1}} = \mathbf{8/5}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{26x+1}} = \mathbf{6/13}$

b) $\int\limits_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}} = \mathbf{6}$

c) $\int\limits_0^{26} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \mathbf{12}$

d) $\int\limits_0^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{13x+1}} = \mathbf{12/13}$

3. Niech

$$C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{3\,dx}{x^2+6x}\,.$$

Podaj w postaci $\mathbf{ln}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$, gdzie $\mathrm{NWD}(m,n)=1$.

a) $C(4,10) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}$

b) $C(3,18) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

c) $C(8,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}}$

d) $C(1,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}}$

4. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt[11]{3}, 81\right) = \mathbf{ln44}$

b) $C\left(\sqrt[5]{2}, 64\right) = \mathbf{ln30}$

c) $C\left(\sqrt[7]{3}, 27\right) = \mathbf{ln21}$

d) $C\left(\sqrt[3]{2}, 16\right) = \mathbf{ln12}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_0^{60} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{10}$

b) $\int\limits_0^{1} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{1/6}$

c) $\int\limits_{66}^{666} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{100}$

d) $\int\limits_7^{127} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{20}$

6. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int\limits_7^{127} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{10}$

b) $\int\limits_0^{60} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{5}$

c) $\int\limits_{66}^{666} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{50}$

d) $\int\limits_0^{1} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{1/12}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{64/5}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{4n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{62/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{2/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{100n}\sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{40\,000}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{1000n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{60\,000}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=n+1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{93/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{8n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{96/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{3/5}$

9. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg} w = \operatorname{arctg}(2n)$.

a) $n=2,\ \ w=\mathbf{2/9}$

b) $n=4,\ \ w=\mathbf{4/33}$

c) $n=1,\ \ w=\mathbf{1/3}$

d) $n=3,\ \ w=\mathbf{3/19}$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\cdot\sqrt{3}}{2}+3\pi}$ b) $\int_0^3 \sqrt{18-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9}{2}+\frac{9\pi}{4}}$

c) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{9\pi}{4}}$ d) $\int_0^3 \sqrt{12-x^2}\,dx = \mathbf{\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+2\pi}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int_4^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 2{,}044$ $\int_0^3 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{14{,}044}$

b) $\int_1^5 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx 25{,}088$ $\int_5^7 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx \mathbf{7{,}088}$

c) $\int_1^5 \sqrt{x^2+24}\,dx \approx 23{,}318$ $\int_5^7 \sqrt{x^2-24}\,dx \approx \mathbf{6{,}682}$

d) $\int_3^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 5{,}591$ $\int_0^4 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{17{,}591}$

12. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int_7^8 \sqrt{x^2-48}\,dx \approx 2{,}769$ $\int_1^4 \sqrt{x^2+48}\,dx \approx \mathbf{22{,}231}$

b) $\int_4^8 \sqrt{x^2-15}\,dx \approx 17{,}760$ $\int_1^7 \sqrt{x^2+15}\,dx \approx \mathbf{34{,}240}$

c) $\int_7^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 2{,}831$ $\int_1^4 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{22{,}831}$

d) $\int_4^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 20{,}137$ $\int_1^7 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{40{,}137}$

1. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{10} \frac{dx}{\sqrt{8x+1}} = \mathbf{2}$

b) $\int\limits_0^{5} \frac{dx}{\sqrt{16x+1}} = \mathbf{1}$

c) $\int\limits_0^{8} \frac{dx}{\sqrt{10x+1}} = \mathbf{8/5}$

d) $\int\limits_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{5x+1}} = \mathbf{16/5}$

2. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{26x+1}} = \mathbf{6/13}$

b) $\int\limits_0^{26} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \mathbf{12}$

c) $\int\limits_0^{2} \frac{dx}{\sqrt[3]{13x+1}} = \mathbf{12/13}$

d) $\int\limits_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+1}} = \mathbf{6}$

3. Niech

$$C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{3\,dx}{x^2+6x}\,.$$

Podaj w postaci $\mathbf{ln}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}}$, gdzie $\mathrm{NWD}(m,n)=1$.

a) $C(8,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}}$

b) $C(3,18) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

c) $C(1,21) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}}$

d) $C(4,10) = \mathbf{ln}\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}$

4. Niech $C(a,b) = \int\limits_a^b \frac{dx}{x\cdot \ln x}$. Podaj w postaci zawierającej co najwyżej jeden symbol "ln".

a) $C\left(\sqrt[11]{3}, 81\right) = \mathbf{ln44}$

b) $C\left(\sqrt[7]{3}, 27\right) = \mathbf{ln21}$

c) $C\left(\sqrt[3]{2}, 16\right) = \mathbf{ln12}$

d) $C\left(\sqrt[5]{2}, 64\right) = \mathbf{ln30}$

5. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_0^{60} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{10}$

b) $\int_0^{1} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{1/6}$

c) $\int_7^{127} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{20}$

d) $\int_{66}^{666} \{x\}-\{x\}^2\,dx = \mathbf{100}$

6. Podaj wartość całki oznaczonej, gdzie $\{.\}$ oznacza część ułamkową.

a) $\int_7^{127} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{10}$

b) $\int_0^{60} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{5}$

c) $\int_{66}^{666} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{50}$

d) $\int_0^{1} \{x\}^2-\{x\}^3\,dx = \mathbf{1/12}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{100n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{40\,000}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{4n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{64/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{4n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{62/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt{\frac{k^3}{n^5}} = \mathbf{2/5}$

8. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{1000n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{60\,000}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=n+1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{93/5}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{8n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{96/5}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \sqrt[3]{\frac{k^2}{n^5}} = \mathbf{3/5}$

9. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w, że $\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg} w = \operatorname{arctg}(2n)$.

a) $n=4,\ \ w=\mathbf{4/33}$

b) $n=1,\ \ w=\mathbf{1/3}$

c) $n=2,\ \ w=\mathbf{2/9}$

d) $n=3,\ \ w=\mathbf{3/19}$

10. Podaj wartość całki oznaczonej.

a) $\int\limits_0^3 \sqrt{12-x^2}\,dx = \boldsymbol{\frac{3\cdot\sqrt{3}}{2}+2\pi}$ b) $\int\limits_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx = \boldsymbol{\frac{9\cdot\sqrt{3}}{2}+3\pi}$

c) $\int\limits_0^3 \sqrt{18-x^2}\,dx = \boldsymbol{\frac{9}{2}+\frac{9\pi}{4}}$ d) $\int\limits_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx = \boldsymbol{\frac{9\pi}{4}}$

11. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 2{,}044$ $\int\limits_0^3 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{14{,}044}$

b) $\int\limits_3^5 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx 5{,}591$ $\int\limits_0^4 \sqrt{25-x^2}\,dx \approx \mathbf{17{,}591}$

c) $\int\limits_1^5 \sqrt{x^2+24}\,dx \approx 23{,}318$ $\int\limits_5^7 \sqrt{x^2-24}\,dx \approx \mathbf{6{,}682}$

d) $\int\limits_1^5 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx 25{,}088$ $\int\limits_5^7 \sqrt{50-x^2}\,dx \approx \mathbf{7{,}088}$

12. (ZADANIE DODATKOWE) Na podstawie znajomości przybliżenia jednej całki podaj przybliżoną wartość drugiej całki.

a) $\int\limits_4^8 \sqrt{x^2-15}\,dx \approx 17{,}760$ $\int\limits_1^7 \sqrt{x^2+15}\,dx \approx \mathbf{34{,}240}$

b) $\int\limits_7^8 \sqrt{x^2-48}\,dx \approx 2{,}769$ $\int\limits_1^4 \sqrt{x^2+48}\,dx \approx \mathbf{22{,}231}$

c) $\int\limits_4^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 20{,}137$ $\int\limits_1^7 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{40{,}137}$

d) $\int\limits_7^8 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx 2{,}831$ $\int\limits_1^4 \sqrt{65-x^2}\,dx \approx \mathbf{22{,}831}$