

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w środę 23.11.2022.

W pierwszej kolejności należy omówić zadania 266–285.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami !!!

6. Funkcje.W każdym z poniższych zadań podaj dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

244. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

245. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x-4)^2}$ $D_f = \dots\dots\dots$

246. $f(x) = \sqrt{(x-1)^2 \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

247. $f(x) = \sqrt{(x^2-1) \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

248. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

249. $f(x) = \sqrt{(x^2-1) \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

250. $f(x) = \sqrt{(x^2-1)^2 \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

251. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x-9) \cdot (x-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

252. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2022} \cdot (x-9)^{2022} \cdot (x-16)^{2021}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

253. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2021} \cdot (x-9)^{2021} \cdot (x-16)^{2022}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

254. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2021} \cdot (x-9)^{2022} \cdot (x-16)^{2021}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

255. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

256. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

257. $f(x) = \sqrt{(x^2-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

258. $f(x) = \sqrt{(x^2-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^4-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

259. $f(x) = \sqrt{(3-\log_2 x) \cdot (5-\log_2 x) \cdot (3-\log_3 x)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

260. $f(x) = \sqrt{(3 - \log_2 x) \cdot (2 - \log_5 x) \cdot (3 - \log_3 x)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

261. $f(x) = \sqrt{(3 - \log_4 x) \cdot (6 - \log_2 x) \cdot (3 - \log_3 x)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

262. $f(x) = \sqrt{\log_2 \log_3 x}$ $D_f = \dots\dots\dots$

263. $f(x) = \sqrt{\log_3 \log_2 x}$ $D_f = \dots\dots\dots$

264. $f(x) = \sqrt{\log_5 \log_3 \log_2 x}$ $D_f = \dots\dots\dots$

265. $f(x) = \sqrt{\log_3 \log_2 \log_5 x}$ $D_f = \dots\dots\dots$

266. $f(x) = \log_2 \log_x 256$ $D_f = \dots\dots\dots$

267. $f(x) = \log_2 \log_2 \log_x 256$ $D_f = \dots\dots\dots$

268. $f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256$ $D_f = \dots\dots\dots$

269. $f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256$ $D_f = \dots\dots\dots$

270. $f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256$ $D_f = \dots\dots\dots$

271. Dana jest taka funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq 10 \cdot |x - y|,$$

a dla każdych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $|x - y| \geq 10$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|.$$

Dowieść, że

$$|f(6) - f(0)| \leq 50.$$

272. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniająca warunki

$$|f(x) - f(y)| \leq 10 \cdot |x - y| \quad \text{dla dowolnych } x, y \in \mathbb{R}$$

oraz

$$|f(x+5) - f(x)| \leq 5 \quad \text{dla dowolnego } x \in \mathbb{R}.$$

Udowodnić jedną z następujących dwóch nierówności:

$$|f(8) - f(0)| \leq 35, \quad \text{(wersja łatwiejsza)}$$

$$|f(8) - f(0)| \leq 30. \quad \text{(wersja trudniejsza)}$$

273. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełniająca warunki

$$|f(x) - f(y)| \leq 10 \cdot |x - y| \quad \text{dla dowolnych } x, y \in \mathbb{R}$$

oraz

$$|f(x+10) - f(x)| \leq 10 \quad \text{dla dowolnego } x \in \mathbb{R}.$$

Udowodnić jedną z następujących dwóch nierówności:

$$|f(17) - f(0)| \leq 80, \quad \text{(wersja łatwiejsza)}$$

$$|f(17) - f(0)| \leq 50. \quad \text{(wersja trudniejsza)}$$

274. Dana jest taka funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniony jest warunek

$$|f(x) - f(y)| \leq (x - y)^2.$$

Dowieść, że wówczas f jest funkcją stałą.

W każdym z poniższych 10 zadań dla podanej liczby a podaj taką liczbę b , że funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = a|x| + bx$$

spełnia dla każdej liczby rzeczywistej x równość $f(f(x)) = x$, czyli jest odwrotna do samej siebie.

275. $a = 1, \quad b = \dots\dots\dots$

276. $a = -1, \quad b = \dots\dots\dots$

277. $a = 2, \quad b = \dots\dots\dots$

278. $a = -2, \quad b = \dots\dots\dots$

279. $a = 3, \quad b = \dots\dots\dots$

280. $a = -3, \quad b = \dots\dots\dots$

281. $a = 3/4, \quad b = \dots\dots\dots$

282. $a = -3/4, \quad b = \dots\dots\dots$

283. $a = 4/3, \quad b = \dots\dots\dots$

284. $a = -4/3, \quad b = \dots\dots\dots$

285. Wiadomo, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość między podanymi niżej wzorami i wykresami funkcji na kolejnych stronach. W każdym z zadań **285.a-285.j** podaj numer rysunku, na którym znajduje się wykres funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem.

Przypomnienie: $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

285.a. $f(x) = \{|x|\}$

285.b. $f(x) = \{x\}^2$

285.c. $f(x) = \{|x|\}^2$

285.d. $f(x) = \sqrt{\{x\}}$

285.e. $f(x) = \sqrt{\{|x|\}}$

285.f. $f(x) = \{\sqrt{|x|}\}$

285.g. $f(x) = \sqrt[5]{\{x\}}$

285.h. $f(x) = \{\sqrt[5]{x}\}$

285.i. $f(x) = \{x\}^5$

285.j. $f(x) = \{|x|\}^5$



