

Kolokwium dodatkowe

Wersja testu **A** 7 lutego 2023 r.

1. Dla danej liczby k podaj taką liczbę $n > k$, że $10 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}$.

a) $k=2$, $n = \dots\dots\dots$ b) $k=3$, $n = \dots\dots\dots$

c) $k=4$, $n = \dots\dots\dots$ d) $k=5$, $n = \dots\dots\dots$

2. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_6(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

b) $\log_6(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

c) $\log_6(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

d) $\log_6(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = \dots\dots\dots$

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 5n^2} - n) = \dots\dots$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{n^5 + 9n^4} - n) = \dots\dots$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[4]{n^4 + 7n^3} - n) = \dots\dots$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{5n} \frac{k}{n^2+k} = \dots\dots\dots$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n} \frac{k}{n^2+k} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{3n} \frac{k}{n^2+k} = \dots\dots\dots$ d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{6n} \frac{k}{n^2+k} = \dots\dots\dots$

5. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 80} : n \in \mathbb{N}\right\} = \dots\dots\dots$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 110} : n \in \mathbb{N}\right\} = \dots\dots\dots$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 90} : n \in \mathbb{N}\right\} = \dots\dots\dots$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 120} : n \in \mathbb{N}\right\} = \dots\dots\dots$

6. Niech $f(x) = \sqrt{5x+4}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(12) = \dots\dots\dots$ b) $f'(9) = \dots\dots\dots$

c) $f'(0) = \dots\dots\dots$ d) $f'(1) = \dots\dots\dots$

7. Niech $f_n(x) = \ln(x^n + 1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_2(3) = \dots\dots\dots$ b) $f'_3(3) = \dots\dots\dots$

c) $f'_3(5) = \dots\dots\dots$ d) $f'_2(5) = \dots\dots\dots$

8. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_{50}(1) = \dots\dots\dots$ b) $f'_{20}(1) = \dots\dots\dots$

c) $f'_{10}(1) = \dots\dots\dots$ d) $f'_5(1) = \dots\dots\dots$

9. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej drugiego rzędu.

a) $f''_{20}(1) = \dots\dots\dots$ b) $f''_6(1) = \dots\dots\dots$

c) $f''_5(1) = \dots\dots\dots$ d) $f''_{10}(1) = \dots\dots\dots$

10. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\ln(1 + 11x)} = \dots\dots\dots$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\ln(1 + 7x)} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 3x)} = \dots\dots\dots$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1 + 5x)} = \dots\dots\dots$

11. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\ln x} = \dots\dots\dots$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x} = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x} = \dots\dots\dots$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x} = \dots\dots\dots$

12. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + x + 2$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(12) = \dots\dots\dots$ b) $g'(32) = \dots\dots\dots$

c) $g'(70) = \dots\dots\dots$ d) $g'(4) = \dots\dots\dots$