

**Kolokwium dodatkowe**

Wersja testu **A** 7 lutego 2023 r.

1. Dla danej liczby  $k$  podaj taką liczbę  $n > k$ , że  $10 \cdot \binom{n}{k} = \binom{n}{k+1}$ .

a)  $k = 2, n = \mathbf{32}$

b)  $k = 3, n = \mathbf{43}$

c)  $k = 4, n = \mathbf{54}$

d)  $k = 5, n = \mathbf{65}$

2. Podaj taką liczbę wymierną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_6(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/2}$

b)  $\log_6(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/3}$

c)  $\log_6(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{1/3}$

d)  $\log_6(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \mathbf{-1/2}$

3. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 5n^2} - n) = \mathbf{5/3}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \mathbf{3/2}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{n^5 + 9n^4} - n) = \mathbf{9/5}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[4]{n^4 + 7n^3} - n) = \mathbf{7/4}$

4. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3n+1}^{5n} \frac{k}{n^2 + k} = \mathbf{8}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{4n} \frac{k}{n^2 + k} = \mathbf{8}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{3n} \frac{k}{n^2 + k} = \mathbf{4}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2n+1}^{6n} \frac{k}{n^2 + k} = \mathbf{16}$

5. Podaj kres górny zbioru.

a)  $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 80} : n \in \mathbb{N}\right\} = \mathbf{1/5}$

b)  $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 110} : n \in \mathbb{N}\right\} = \mathbf{1/10}$

c)  $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 90} : n \in \mathbb{N}\right\} = \mathbf{1/6}$

d)  $\sup\left\{\frac{1}{n^2 - 20n + 120} : n \in \mathbb{N}\right\} = \mathbf{1/20}$

6. Niech  $f(x) = \sqrt{5x+4}$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'(12) = \mathbf{5/16}$

b)  $f'(9) = \mathbf{5/14}$

c)  $f'(0) = \mathbf{5/4}$

d)  $f'(1) = \mathbf{5/6}$

7. Niech  $f_n(x) = \ln(x^n + 1)$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'_2(3) = \mathbf{3/5}$

b)  $f'_3(3) = \mathbf{27/28}$

c)  $f'_3(5) = \mathbf{25/42}$

d)  $f'_2(5) = \mathbf{5/13}$

8. Niech  $f_n(x) = \sqrt[n]{x}$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'_{50}(1) = \mathbf{1/50}$

b)  $f'_{20}(1) = \mathbf{1/20}$

c)  $f'_{10}(1) = \mathbf{1/10}$

d)  $f'_5(1) = \mathbf{1/5}$

9. Niech  $f_n(x) = \sqrt[n]{x}$ . Podaj wartość pochodnej drugiego rzędu.

a)  $f''_{20}(1) = -19/400$

b)  $f''_6(1) = -5/36$

c)  $f''_5(1) = -4/25$

d)  $f''_{10}(1) = -9/100$

10. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\ln(1 + 11x)} = 7/11$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\ln(1 + 7x)} = 5/7$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 3x)} = 2/3$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1 + 5x)} = 3/5$

11. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\ln x} = 1/3$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x} = 2$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x} = 3$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x} = 1/2$

12. Niech  $g$  będzie funkcją odwrotną do funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zdefiniowanej wzorem  $f(x) = x^3 + x + 2$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $g'(12) = 1/13$

b)  $g'(32) = 1/28$

c)  $g'(70) = 1/49$

d)  $g'(4) = 1/4$