Kolokwium 4 Wersja testu **A** 20 grudnia 2022 r.

Kolokwium 4 Wersja testu **A** 20 grudnia 2022 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=\sqrt{\log_2 \log_3 x}, \quad D_f=[\mathbf{3},\, \boldsymbol{\infty})$

b) $f(x)=\sqrt{\log_3 \log_5 x}, \quad D_f=[\mathbf{5},\, \boldsymbol{\infty})$

c) $f(x)=\sqrt{\log_5 \log_3 \log_2 x}, \quad D_f=[\mathbf{8},\, \boldsymbol{\infty})$

d) $f(x)=\sqrt{\log_3 \log_2 \log_5 x}, \quad D_f=[\mathbf{25},\, \boldsymbol{\infty})$

2. Niech $f_n(x)=\sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(32)=\mathbf{1/80}$ b) $f_4'(16)=\mathbf{1/32}$

c) $f_3'(8)=\mathbf{1/12}$ d) $f_2'(4)=\mathbf{1/4}$

3. Niech $f_n(x)=\ln(x^n+1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_3'(2)=\mathbf{4/3}$ b) $f_2'(2)=\mathbf{4/5}$

c) $f_5'(2)=\mathbf{80/33}$ d) $f_4'(2)=\mathbf{32/17}$

4. Niech $f_n(x)=(x^3+2)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(2)=\mathbf{600\,000}$ b) $f_2'(2)=\mathbf{240}$

c) $f_3'(2)=\mathbf{3\,600}$ d) $f_4'(2)=\mathbf{48\,000}$

5. Dla podanej funkcji f podaj takie x, że $f'(x)=0$.

a) $f(x)=2x^4-x, \quad x=\mathbf{1/2}$

b) $f(x)=16x^4-x, \quad x=\mathbf{1/4}$

c) $f(x)=x^4-4x, \quad x=\mathbf{1}$

d) $f(x)=2x^4-27x, \quad x=\mathbf{3/2}$

6. Niech $f_n(x)=n\cdot\cos x-\cos(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x>0$, że $f_n'(x)=0$.

a) $n=20, \quad x=\boldsymbol{\pi/21}$

b) $n=10, \quad x=\boldsymbol{\pi/11}$

c) $n=2, \quad x=\boldsymbol{\pi/3}$

d) $n=5, \quad x=\boldsymbol{\pi/6}$

7. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}, \quad a=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right), \quad a=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(2\cdot\{x\}+1), \quad a=\mathbf{ln3}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(\{x\}+1), \quad a=\mathbf{ln2}$

8. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{4x+1}$. Wówczas

a) $f^{-1}(9)=\mathbf{20}$

b) $f^{-1}(7)=\mathbf{12}$

c) $f^{-1}(5)=\mathbf{6}$

d) $f^{-1}(3)=\mathbf{2}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas

a) $f^{-1}(110)=\mathbf{10}$

b) $f^{-1}(30)=\mathbf{5}$

c) $f^{-1}(20)=\mathbf{4}$

d) $f^{-1}(90)=\mathbf{9}$

10. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(0)=5$ oraz $f(5)=w$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=p$. Dla podanej liczby w podaj takie p, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $w=555, \quad p=\mathbf{110}$

b) $w=100, \quad p=\mathbf{19}$

c) $w=20, \quad p=\mathbf{3}$

d) $w=50, \quad p=\mathbf{9}$

Kolokwium 4 Wersja testu **B** 20 grudnia 2022 r.

1. Zapisz w postaci przedziału dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = \sqrt{\log_5 \log_3 \log_2 x}$, $D_f = [\mathbf{8, \infty})$

b) $f(x) = \sqrt{\log_3 \log_5 x}$, $D_f = [\mathbf{5, \infty})$

c) $f(x) = \sqrt{\log_2 \log_3 x}$, $D_f = [\mathbf{3, \infty})$

d) $f(x) = \sqrt{\log_3 \log_2 \log_5 x}$, $D_f = [\mathbf{25, \infty})$

2. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_2'(4) = \mathbf{1/4}$ b) $f_3'(8) = \mathbf{1/12}$

c) $f_5'(32) = \mathbf{1/80}$ d) $f_4'(16) = \mathbf{1/32}$

3. Niech $f_n(x) = \ln(x^n + 1)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(2) = \mathbf{80/33}$ b) $f_3'(2) = \mathbf{4/3}$

c) $f_2'(2) = \mathbf{4/5}$ d) $f_4'(2) = \mathbf{32/17}$

4. Niech $f_n(x) = (x^3 + 2)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(2) = \mathbf{600\,000}$ b) $f_4'(2) = \mathbf{48\,000}$

c) $f_3'(2) = \mathbf{3\,600}$ d) $f_2'(2) = \mathbf{240}$

5. Dla podanej funkcji f podaj takie x, że $f'(x)=0$.

a) $f(x)=2x^4-27x$, $x=\mathbf{3/2}$

b) $f(x)=16x^4-x$, $x=\mathbf{1/4}$

c) $f(x)=x^4-4x$, $x=\mathbf{1}$

d) $f(x)=2x^4-x$, $x=\mathbf{1/2}$

6. Niech $f_n(x)=n\cdot\cos x-\cos(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x>0$, że $f_n'(x)=0$.

a) $n=10$, $x=\boldsymbol{\pi/11}$

b) $n=5$, $x=\boldsymbol{\pi/6}$

c) $n=20$, $x=\boldsymbol{\pi/21}$

d) $n=2$, $x=\boldsymbol{\pi/3}$

7. Dla podanej funkcji f podaj wartość parametru a, dla której funkcja f jest ciągła.

a) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\{x\}$, $a=\boldsymbol{\pi/4}$

b) $f(x)=a\cdot\{x\}-\operatorname{arctg}\left(\{x\}\cdot\sqrt{3}\right)$, $a=\boldsymbol{\pi/3}$

c) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(\{x\}+1)$, $a=\mathbf{ln2}$

d) $f(x)=a\cdot\{x\}-\ln(2\cdot\{x\}+1)$, $a=\mathbf{ln3}$

8. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=\sqrt{4x+1}$. Wówczas

a) $f^{-1}(3)=\mathbf{2}$

b) $f^{-1}(7)=\mathbf{12}$

c) $f^{-1}(5)=\mathbf{6}$

d) $f^{-1}(9)=\mathbf{20}$

9. Niech f^{-1} będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^2+x$. Wówczas

a) $f^{-1}(30)=\mathbf{5}$

b) $f^{-1}(90)=\mathbf{9}$

c) $f^{-1}(20)=\mathbf{4}$

d) $f^{-1}(110)=\mathbf{10}$

10. Dla każdej funkcji różniczkowalnej $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ spełniającej warunki $f(0)=5$ oraz $f(5)=w$ istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=p$. Dla podanej liczby w podaj takie p, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $w=50, \quad p=\mathbf{9}$

b) $w=555, \quad p=\mathbf{110}$

c) $w=100, \quad p=\mathbf{19}$

d) $w=20, \quad p=\mathbf{3}$