

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **3**, **6.12.2022**, godz. 10:15–11:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **5.** (10 punktów)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \frac{3}{n^2+3} + \dots + \frac{k}{n^2+k} + \dots + \frac{An+A-2}{(n+B)^2-2} + \frac{An+A-1}{(n+B)^2-1} + \frac{An+A}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych dodatnich A i B , aby zadanie miało sens.

Zadanie **6.** (10 punktów)

Dana jest funkcja $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3+1}.$$

Dowieść, że dla każdych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|.$$

Zadanie **7.** (10 punktów)

Wyznaczyć dziedzinę oraz asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt[8]{x^8+x^7}.$$

Zadanie **8.** (10 punktów)

Wyznaczyć wszystkie wartości rzeczywiste parametru a , dla których funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = ax + \sqrt{x^2+1}$$

jest odwrotna do samej siebie.