

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr **1**, **25.10.2022**, godz. 10:15–11:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 1. (10 punktów)

Dowieść, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$3^{82} \cdot n \leq 3^n + 3^{86}.$$

Zadanie 2. (10 punktów)

Dowieść, że liczba

$$\log_{(10/3)} \left(\frac{10}{9} \right)$$

jest niewymierna.

Zadanie 3. (10 punktów)

Dowieść, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

$$\binom{3n}{n} < \left(\frac{27}{4} \right)^n.$$

Zadanie 4. (10 punktów)

Podać dwa przykłady liczb rzeczywistych dodatnich $x \neq 1$, dla których liczba

$$\log_x (x + \sqrt{5})$$

jest wymierna.

W podanych przykładach liczbę x należy wyrazić wzorem, w którym można używać liczb całkowitych, czterech działań oraz pierwiastkowania (dowolnego stopnia, ale wystarczą pierwiastki kwadratowe).

W każdym z przykładów należy podać wartość $\log_x (x + \sqrt{5})$.