

**Egzamin AM-1**

Wersja testu **A** 24 lutego 2023 r.

1. Podaj taką liczbę wymiarną  $w$ , aby dana liczba była wymierna.

a)  $\log_{12}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \dots\dots\dots$

b)  $\log_{12}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \dots\dots\dots$

c)  $\log_{12}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \dots\dots\dots$

d)  $\log_{12}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$  dla  $w = \dots\dots\dots$

2. Podaj kres dolny zbioru.

a)  $\inf\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = \dots\dots\dots$       b)  $\inf\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

c)  $\inf\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = \dots\dots\dots$       d)  $\inf\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = \dots\dots\dots$

3. Podaj kres górny zbioru.

a)  $\sup\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = \dots\dots\dots$       b)  $\sup\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = \dots\dots\dots$

c)  $\sup\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = \dots\dots\dots$       d)  $\sup\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = \dots\dots\dots$

4. Podaj sumę szeregu:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{4n}} = \dots\dots\dots$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{2n}} = \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{3n}} = \dots\dots\dots$       d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{7^{2n}} = \dots\dots\dots$

5. Podaj sumę szeregu:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{49 + \frac{851}{n}} - \sqrt{49 + \frac{851}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{25 + \frac{875}{n}} - \sqrt{25 + \frac{875}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{81 + \frac{819}{n}} - \sqrt{81 + \frac{819}{n+1}} \right) = \dots\dots\dots$

6. Niech  $f_n(x) = (x^5 - 22)^n$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'_5(2) = \dots\dots\dots$                       b)  $f'_4(2) = \dots\dots\dots$

c)  $f'_2(2) = \dots\dots\dots$                       d)  $f'_3(2) = \dots\dots\dots$

7. Niech  $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $f'_5(1) = \dots\dots\dots$                       b)  $f'_{10}(1) = \dots\dots\dots$

c)  $f'_{50}(1) = \dots\dots\dots$                       d)  $f'_{20}(1) = \dots\dots\dots$

8. Niech  $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$ . Podaj wartość drugiej pochodnej.

a)  $f''_{20}(1) = \dots\dots\dots$                       b)  $f''_{10}(1) = \dots\dots\dots$

c)  $f''_7(1) = \dots\dots\dots$                       d)  $f''_5(1) = \dots\dots\dots$

9. Podaj wartość granicy.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) - 10x}{x^2} = \dots\dots\dots$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} = \dots\dots\dots$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{x^2} = \dots\dots\dots$       d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x) - 5x}{x^2} = \dots\dots\dots$

10. Niech  $g$  będzie funkcją odwrotną do funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zdefiniowanej wzorem  $f(x) = x^5 + 2x + 6$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $g'(42) = \dots\dots\dots$       b)  $g'(9) = \dots\dots\dots$

c)  $g'(3) = \dots\dots\dots$       d)  $g'(6) = \dots\dots\dots$

11. Niech  $g$  będzie funkcją odwrotną do funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zdefiniowanej wzorem  $f(x) = x^3 + 10x$ . Podaj wartość pochodnej.

a)  $g'(175) = \dots\dots\dots$       b)  $g'(28) = \dots\dots\dots$

c)  $g'(57) = \dots\dots\dots$       d)  $g'(104) = \dots\dots\dots$

12. Niech  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = x^{10} \cdot e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a)  $f^{(60)}(0) = \dots\dots\dots$       b)  $f^{(70)}(0) = \dots\dots\dots$

c)  $f^{(80)}(0) = \dots\dots\dots$       d)  $f^{(50)}(0) = \dots\dots\dots$