

Egzamin AM-1

Wersja testu **A** 24 lutego 2023 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{12}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1$

b) $\log_{12}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/6$

c) $\log_{12}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1/2$

d) $\log_{12}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/5$

2. Podaj kres dolny zbioru.

a) $\inf\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 0$

b) $\inf\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 0$

c) $\inf\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = -64$

d) $\inf\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 0$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = 8$

b) $\sup\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 25$

c) $\sup\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 64$

d) $\sup\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 81$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{4n}} = -2/83$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{2n}} = 2/23$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{3n}} = 2/25$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{7^{2n}} = -2/51$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \mathbf{27}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{49 + \frac{851}{n}} - \sqrt{49 + \frac{851}{n+1}} \right) = \mathbf{23}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{875}{n}} - \sqrt{25 + \frac{875}{n+1}} \right) = \mathbf{25}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{81 + \frac{819}{n}} - \sqrt{81 + \frac{819}{n+1}} \right) = \mathbf{21}$

6. Niech $f_n(x) = (x^5 - 22)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_5(2) = \mathbf{4\,000\,000}$

b) $f'_4(2) = \mathbf{320\,000}$

c) $f'_2(2) = \mathbf{1\,600}$

d) $f'_3(2) = \mathbf{24\,000}$

7. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_5(1) = \mathbf{3/5}$

b) $f'_{10}(1) = \mathbf{3/10}$

c) $f'_{50}(1) = \mathbf{3/50}$

d) $f'_{20}(1) = \mathbf{3/20}$

8. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość drugiej pochodnej.

a) $f''_{20}(1) = \mathbf{-51/400}$

b) $f''_{10}(1) = \mathbf{-21/100}$

c) $f''_7(1) = \mathbf{-12/49}$

d) $f''_5(1) = \mathbf{-6/25}$

9. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) - 10x}{x^2} = -\mathbf{50}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} = -\mathbf{8}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{x^2} = -\mathbf{9/2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x) - 5x}{x^2} = -\mathbf{25/2}$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + 2x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(42) = \mathbf{1/82}$

b) $g'(9) = \mathbf{1/7}$

c) $g'(3) = \mathbf{1/7}$

d) $g'(6) = \mathbf{1/2}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 10x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(175) = \mathbf{1/85}$

b) $g'(28) = \mathbf{1/22}$

c) $g'(57) = \mathbf{1/37}$

d) $g'(104) = \mathbf{1/58}$

12. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = x^{10} \cdot e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60!/10!}$

b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/12!}$

c) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/14!}$

d) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50!/8!}$

Egzamin AM-1

Wersja testu **B** 24 lutego 2023 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{12}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1/2$

b) $\log_{12}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/6$

c) $\log_{12}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1$

d) $\log_{12}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/5$

2. Podaj kres dolny zbioru.

a) $\inf\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 0$

b) $\inf\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = -64$

c) $\inf\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 0$

d) $\inf\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 0$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 64$

b) $\sup\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = 8$

c) $\sup\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 25$

d) $\sup\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 81$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{4n}} = -2/83$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{7^{2n}} = -2/51$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{3n}} = 2/25$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{2n}} = 2/23$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{81 + \frac{819}{n}} - \sqrt{81 + \frac{819}{n+1}} \right) = \mathbf{21}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{49 + \frac{851}{n}} - \sqrt{49 + \frac{851}{n+1}} \right) = \mathbf{23}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{875}{n}} - \sqrt{25 + \frac{875}{n+1}} \right) = \mathbf{25}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \mathbf{27}$

6. Niech $f_n(x) = (x^5 - 22)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_4(2) = \mathbf{320\ 000}$

b) $f'_3(2) = \mathbf{24\ 000}$

c) $f'_5(2) = \mathbf{4\ 000\ 000}$

d) $f'_2(2) = \mathbf{1\ 600}$

7. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_5(1) = \mathbf{3/5}$

b) $f'_{10}(1) = \mathbf{3/10}$

c) $f'_{20}(1) = \mathbf{3/20}$

d) $f'_{50}(1) = \mathbf{3/50}$

8. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość drugiej pochodnej.

a) $f''_5(1) = \mathbf{-6/25}$

b) $f''_{10}(1) = \mathbf{-21/100}$

c) $f''_7(1) = \mathbf{-12/49}$

d) $f''_{20}(1) = \mathbf{-51/400}$

9. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} = -8$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x) - 5x}{x^2} = -25/2$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{x^2} = -9/2$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) - 10x}{x^2} = -50$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + 2x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(6) = 1/2$

b) $g'(42) = 1/82$

c) $g'(9) = 1/7$

d) $g'(3) = 1/7$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 10x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(104) = 1/58$

b) $g'(175) = 1/85$

c) $g'(57) = 1/37$

d) $g'(28) = 1/22$

12. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = x^{10} \cdot e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(60)}(0) = 60!/10!$

b) $f^{(70)}(0) = 70!/12!$

c) $f^{(50)}(0) = 50!/8!$

d) $f^{(80)}(0) = 80!/14!$

Egzamin AM-1

Wersja testu **C** 24 lutego 2023 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{12}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1/2$

b) $\log_{12}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1$

c) $\log_{12}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/5$

d) $\log_{12}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/6$

2. Podaj kres dolny zbioru.

a) $\inf\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 0$

b) $\inf\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = -64$

c) $\inf\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 0$

d) $\inf\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 0$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 25$

b) $\sup\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = 8$

c) $\sup\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 64$

d) $\sup\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 81$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{4n}} = -2/83$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{3n}} = 2/25$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{7^{2n}} = -2/51$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{2n}} = 2/23$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{875}{n}} - \sqrt{25 + \frac{875}{n+1}} \right) = \mathbf{25}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \mathbf{27}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{81 + \frac{819}{n}} - \sqrt{81 + \frac{819}{n+1}} \right) = \mathbf{21}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{49 + \frac{851}{n}} - \sqrt{49 + \frac{851}{n+1}} \right) = \mathbf{23}$

6. Niech $f_n(x) = (x^5 - 22)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_4(2) = \mathbf{320\ 000}$

b) $f'_3(2) = \mathbf{24\ 000}$

c) $f'_5(2) = \mathbf{4\ 000\ 000}$

d) $f'_2(2) = \mathbf{1\ 600}$

7. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_{10}(1) = \mathbf{3/10}$

b) $f'_{20}(1) = \mathbf{3/20}$

c) $f'_5(1) = \mathbf{3/5}$

d) $f'_{50}(1) = \mathbf{3/50}$

8. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość drugiej pochodnej.

a) $f''_{20}(1) = \mathbf{-51/400}$

b) $f''_{10}(1) = \mathbf{-21/100}$

c) $f''_7(1) = \mathbf{-12/49}$

d) $f''_5(1) = \mathbf{-6/25}$

9. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} = -8$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) - 10x}{x^2} = -50$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{x^2} = -9/2$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x) - 5x}{x^2} = -25/2$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + 2x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(3) = 1/7$

b) $g'(42) = 1/82$

c) $g'(9) = 1/7$

d) $g'(6) = 1/2$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 10x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(175) = 1/85$

b) $g'(57) = 1/37$

c) $g'(28) = 1/22$

d) $g'(104) = 1/58$

12. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = x^{10} \cdot e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(70)}(0) = 70!/12!$

b) $f^{(80)}(0) = 80!/14!$

c) $f^{(50)}(0) = 50!/8!$

d) $f^{(60)}(0) = 60!/10!$

Egzamin AM-1

Wersja testu **D** 24 lutego 2023 r.

1. Podaj taką liczbę wymierną w , aby dana liczba była wymierna.

a) $\log_{12}(2 \cdot 24^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1$

b) $\log_{12}(2 \cdot 54^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/5$

c) $\log_{12}(2 \cdot 27^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = 1/6$

d) $\log_{12}(2 \cdot 48^w) \in \mathbb{Q}$ dla $w = -1/2$

2. Podaj kres dolny zbioru.

a) $\inf\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 0$

b) $\inf\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 0$

c) $\inf\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 0$

d) $\inf\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = -64$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\{x^6 : x \in [-2, 1]\} = 64$

b) $\sup\{x^3 : x \in [-4, 2]\} = 8$

c) $\sup\{x^4 : x \in [-3, 2]\} = 81$

d) $\sup\{x^2 : x \in [-5, 2]\} = 25$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{3^{4n}} = -2/83$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{7^{2n}} = -2/51$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{2n}} = 2/23$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{3n}} = 2/25$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{875}{n}} - \sqrt{25 + \frac{875}{n+1}} \right) = \mathbf{25}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{891}{n}} - \sqrt{9 + \frac{891}{n+1}} \right) = \mathbf{27}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{49 + \frac{851}{n}} - \sqrt{49 + \frac{851}{n+1}} \right) = \mathbf{23}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{81 + \frac{819}{n}} - \sqrt{81 + \frac{819}{n+1}} \right) = \mathbf{21}$

6. Niech $f_n(x) = (x^5 - 22)^n$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_4(2) = \mathbf{320\ 000}$

b) $f'_3(2) = \mathbf{24\ 000}$

c) $f'_5(2) = \mathbf{4\ 000\ 000}$

d) $f'_2(2) = \mathbf{1\ 600}$

7. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'_{50}(1) = \mathbf{3/50}$

b) $f'_{10}(1) = \mathbf{3/10}$

c) $f'_{20}(1) = \mathbf{3/20}$

d) $f'_5(1) = \mathbf{3/5}$

8. Niech $f_n(x) = \sqrt[n]{x^3}$. Podaj wartość drugiej pochodnej.

a) $f''_{20}(1) = \mathbf{-51/400}$

b) $f''_{10}(1) = \mathbf{-21/100}$

c) $f''_7(1) = \mathbf{-12/49}$

d) $f''_5(1) = \mathbf{-6/25}$

9. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x) - 10x}{x^2} = -\mathbf{50}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) - 3x}{x^2} = -\mathbf{9/2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} = -\mathbf{8}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x) - 5x}{x^2} = -\mathbf{25/2}$

10. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + 2x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(6) = \mathbf{1/2}$

b) $g'(3) = \mathbf{1/7}$

c) $g'(42) = \mathbf{1/82}$

d) $g'(9) = \mathbf{1/7}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^3 + 10x$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(175) = \mathbf{1/85}$

b) $g'(104) = \mathbf{1/58}$

c) $g'(28) = \mathbf{1/22}$

d) $g'(57) = \mathbf{1/37}$

12. Niech $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = x^{10} \cdot e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/14!}$

b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/12!}$

c) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60!/10!}$

d) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50!/8!}$