

Egzamin, 24.02.2023**Zadanie 1 (10 punktów)**

Dowieść, że liczba

$$\log_{(7/100)} \left(\frac{10}{7} \right)$$

jest niewymierna.

Zadanie 2 (10 punktów)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \frac{3}{n^2+3} + \dots + \frac{k}{n^2+k} + \dots + \frac{An+3A-2}{(n+B)^2-2} + \frac{An+3A-1}{(n+B)^2-1} + \frac{An+3A}{(n+B)^2} \right)$$

dla tak dobranych liczb całkowitych dodatnich A i B , aby zadanie miało sens.**Zadanie 3 (10 punktów)**Dla odpowiednio dobranej liczby wymiernej dodatniej C udowodnić nierówności

$$C < \arctg 17 - \arctg 12 < 2 \cdot C.$$

Zadanie 4 (10 punktów)Niech $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x) = \sqrt{x} - 3 \cdot \ln x.$$

Rozstrzygnąć, która z liczb jest większa:

$$f(149) + f(151) \approx -5,5689 \quad \text{czy} \quad 2 \cdot f(150) \approx -5,5689 ?$$