Egzamin część II Wersja testu **A** 20 lutego 2023 r.

1. Dla podanej liczby n podaj takie $x>0$, że $\log_x(x+n)=-1$.

a) $n=4,\quad x=\mathbf{-2+\sqrt{5}}$ b) $n=6,\quad x=\mathbf{-3+\sqrt{10}}$

c) $n=8,\quad x=\mathbf{-4+\sqrt{17}}$ d) $n=10,\quad x=\mathbf{-5+\sqrt{26}}$

2. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\dfrac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

b) $\sup\left\{\dfrac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

c) $\sup\left\{\dfrac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

d) $\sup\left\{\dfrac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\dfrac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/280}$

b) $\sup\left\{\dfrac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/140}$

c) $\sup\left\{\dfrac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/560}$

d) $\sup\left\{\dfrac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/420}$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{36^n} = \mathbf{-1/37}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25^n} = \mathbf{1/24}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{27^n} = \mathbf{1/26}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{32^n} = \mathbf{-1/33}$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1+\frac{24}{n}} - \sqrt{1+\frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{4}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1+\frac{48}{n}} - \sqrt{1+\frac{48}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25+\frac{24}{n}} - \sqrt{25+\frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9+\frac{9991}{n}} - \sqrt{9+\frac{9991}{n+1}} \right) = \mathbf{97}$

6. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=3n+1}^{10n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{91/2}$

b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{30}$

c) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{5n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{25/2}$

d) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=n+1}^{6n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{35/2}$

7. Niech $f(x) = (7 \cdot x \cdot |x| + 1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(-2) = \mathbf{-56/9}$

b) $f'(0) = \mathbf{0}$

c) $f'(3) = \mathbf{7}$

d) $f'(1) = \mathbf{14/3}$

8. Niech $f_n(x) = \operatorname{arctg}(x^n)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(1) = \mathbf{4}$ b) $f_7'(1) = \mathbf{7/2}$

c) $f_6'(1) = \mathbf{3}$ d) $f_5'(1) = \mathbf{5/2}$

9. Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f_n'(x) = 0$.

a) $n = 20, \quad x = \boldsymbol{2\pi/21}$ b) $n = 5, \quad x = \boldsymbol{\pi/3}$

c) $n = 25, \quad x = \boldsymbol{\pi/13}$ d) $n = 10, \quad x = \boldsymbol{2\pi/11}$

10. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{6x} - 1 - 6x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{3}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x} - 1 - 4x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{4/3}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{1/3}$ d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x} - 1 - 3x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{3/4}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(40) = \mathbf{1/81}$ b) $g'(4) = \mathbf{1/6}$

c) $g'(6) = \mathbf{1}$ d) $g'(8) = \mathbf{1/6}$

12. Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x) = e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60!/6!}$ b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/7!}$

c) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/8!}$ d) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50!/5!}$

Egzamin część II Wersja testu **B** 20 lutego 2023 r.

1. Dla podanej liczby n podaj takie $x>0$, że $\log_x(x+n)=-1$.

a) $n=8$, $x=\mathbf{-4+\sqrt{17}}$ b) $n=6$, $x=\mathbf{-3+\sqrt{10}}$

c) $n=4$, $x=\mathbf{-2+\sqrt{5}}$ d) $n=10$, $x=\mathbf{-5+\sqrt{26}}$

2. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/560}$

b) $\sup\left\{\frac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/280}$

c) $\sup\left\{\frac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/140}$

d) $\sup\left\{\frac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/420}$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{36^n}=\mathbf{-1/37}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{32^n}=\mathbf{-1/33}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{27^n}=\mathbf{1/26}$ d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{25^n}=\mathbf{1/24}$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{9+\frac{9991}{n}}-\sqrt{9+\frac{9991}{n+1}}\right)=\mathbf{97}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{48}{n}}-\sqrt{1+\frac{48}{n+1}}\right)=\mathbf{6}$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{25+\frac{24}{n}}-\sqrt{25+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{2}$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{24}{n}}-\sqrt{1+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{4}$

6. Podaj wartość granicy.

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=2n+1}^{8n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{30}$ b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{6n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{35/2}$

c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=3n+1}^{10n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{91/2}$ d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{5n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{25/2}$

7. Niech $f(x)=(7\cdot x\cdot|x|+1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(-2)=\mathbf{-56/9}$ b) $f'(0)=\mathbf{0}$

c) $f'(1)=\mathbf{14/3}$ d) $f'(3)=\mathbf{7}$

8. Niech $f_n(x) = \operatorname{arctg}(x^n)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_5'(1) = \mathbf{5/2}$ b) $f_7'(1) = \mathbf{7/2}$

c) $f_6'(1) = \mathbf{3}$ d) $f_8'(1) = \mathbf{4}$

9. Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f_n'(x) = 0$.

a) $n = 5, \quad x = \boldsymbol{\pi/3}$ b) $n = 10, \quad x = \boldsymbol{2\pi/11}$

c) $n = 25, \quad x = \boldsymbol{\pi/13}$ d) $n = 20, \quad x = \boldsymbol{2\pi/21}$

10. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x} - 1 - 3x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3/4}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{6x} - 1 - 6x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x} - 1 - 4x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{4/3}$ d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{1/3}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(8) = \mathbf{1/6}$ b) $g'(40) = \mathbf{1/81}$

c) $g'(6) = \mathbf{1}$ d) $g'(4) = \mathbf{1/6}$

12. Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x) = e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60}!/\mathbf{6}!$ b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70}!/\mathbf{7}!$

c) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50}!/\mathbf{5}!$ d) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80}!/\mathbf{8}!$

Egzamin część II Wersja testu **C** 20 lutego 2023 r.

1. Dla podanej liczby n podaj takie $x>0$, że $\log_x(x+n)=-1$.

a) $n=8$, $x=\mathbf{-4+\sqrt{17}}$ b) $n=4$, $x=\mathbf{-2+\sqrt{5}}$

c) $n=10$, $x=\mathbf{-5+\sqrt{26}}$ d) $n=6$, $x=\mathbf{-3+\sqrt{10}}$

2. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/140}$

b) $\sup\left\{\frac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/280}$

c) $\sup\left\{\frac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/560}$

d) $\sup\left\{\frac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/420}$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{36^n} = \mathbf{-1/37}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{27^n} = \mathbf{1/26}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{32^n} = \mathbf{-1/33}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25^n} = \mathbf{1/24}$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{24}{n}} - \sqrt{25 + \frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{24}{n}} - \sqrt{1 + \frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{4}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{9991}{n}} - \sqrt{9 + \frac{9991}{n+1}} \right) = \mathbf{97}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{48}{n}} - \sqrt{1 + \frac{48}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

6. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{30}$

b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=n+1}^{6n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{35/2}$

c) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=3n+1}^{10n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{91/2}$

d) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{5n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{25/2}$

7. Niech $f(x) = (7 \cdot x \cdot |x| + 1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(0) = \mathbf{0}$

b) $f'(1) = \mathbf{14/3}$

c) $f'(-2) = \mathbf{-56/9}$

d) $f'(3) = \mathbf{7}$

8. Niech $f_n(x) = \operatorname{arctg}(x^n)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(1) = \mathbf{4}$ b) $f_7'(1) = \mathbf{7/2}$

c) $f_6'(1) = \mathbf{3}$ d) $f_5'(1) = \mathbf{5/2}$

9. Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f_n'(x) = 0$.

a) $n = 5, \quad x = \boldsymbol{\pi/3}$ b) $n = 20, \quad x = \boldsymbol{2\pi/21}$

c) $n = 25, \quad x = \boldsymbol{\pi/13}$ d) $n = 10, \quad x = \boldsymbol{2\pi/11}$

10. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{1/3}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{6x} - 1 - 6x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{3}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x} - 1 - 4x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{4/3}$ d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x} - 1 - 3x}{\ln(1+6x^2)} = \mathbf{3/4}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(40) = \mathbf{1/81}$ b) $g'(6) = \mathbf{1}$

c) $g'(4) = \mathbf{1/6}$ d) $g'(8) = \mathbf{1/6}$

12. Niech $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x) = e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70}!/\mathbf{7}!$ b) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80}!/\mathbf{8}!$

c) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50}!/\mathbf{5}!$ d) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60}!/\mathbf{6}!$

1. Dla podanej liczby n podaj takie $x>0$, że $\log_x(x+n)=-1$.

a) $n=4$, $x=\mathbf{-2+\sqrt{5}}$ b) $n=10$, $x=\mathbf{-5+\sqrt{26}}$

c) $n=6$, $x=\mathbf{-3+\sqrt{10}}$ d) $n=8$, $x=\mathbf{-4+\sqrt{17}}$

2. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

3. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/560}$

b) $\sup\left\{\frac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/280}$

c) $\sup\left\{\frac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/420}$

d) $\sup\left\{\frac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/140}$

4. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{36^n} = \mathbf{-1/37}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{32^n} = \mathbf{-1/33}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25^n} = \mathbf{1/24}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{27^n} = \mathbf{1/26}$

5. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{25 + \frac{24}{n}} - \sqrt{25 + \frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{24}{n}} - \sqrt{1 + \frac{24}{n+1}} \right) = \mathbf{4}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{48}{n}} - \sqrt{1 + \frac{48}{n+1}} \right) = \mathbf{6}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{9 + \frac{9991}{n}} - \sqrt{9 + \frac{9991}{n+1}} \right) = \mathbf{97}$

6. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=2n+1}^{8n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{30}$

b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=n+1}^{6n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{35/2}$

c) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=3n+1}^{10n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{91/2}$

d) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{5n} \frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}} = \mathbf{25/2}$

7. Niech $f(x) = (7 \cdot x \cdot |x| + 1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(3) = \mathbf{7}$

b) $f'(0) = \mathbf{0}$

c) $f'(1) = \mathbf{14/3}$

d) $f'(-2) = \mathbf{-56/9}$

8. Niech $f_n(x)=\operatorname{arctg}(x^n)$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f_8'(1)=\mathbf{4}$

b) $f_7'(1)=\mathbf{7/2}$

c) $f_6'(1)=\mathbf{3}$

d) $f_5'(1)=\mathbf{5/2}$

9. Niech $f_n(x)=n\cdot\sin x-\sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x>0$, że $f_n'(x)=0$.

a) $n=20,\quad x=\mathbf{2\pi/21}$

b) $n=25,\quad x=\boldsymbol{\pi/13}$

c) $n=5,\quad x=\boldsymbol{\pi/3}$

d) $n=10,\quad x=\mathbf{2\pi/11}$

10. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{3x}-1-3x}{\ln(1+6x^2)}=\mathbf{3/4}$

b) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-1-2x}{\ln(1+6x^2)}=\mathbf{1/3}$

c) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{6x}-1-6x}{\ln(1+6x^2)}=\mathbf{3}$

d) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1-4x}{\ln(1+6x^2)}=\mathbf{4/3}$

11. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x)=x^5+x+6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(40)=\mathbf{1/81}$

b) $g'(8)=\mathbf{1/6}$

c) $g'(4)=\mathbf{1/6}$

d) $g'(6)=\mathbf{1}$

12. Niech $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x)=e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(80)}(0)=\mathbf{80!/8!}$

b) $f^{(70)}(0)=\mathbf{70!/7!}$

c) $f^{(60)}(0)=\mathbf{60!/6!}$

d) $f^{(50)}(0)=\mathbf{50!/5!}$

1. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

2. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}= \mathbf{1/560}$

b) $\sup\left\{\frac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}= \mathbf{1/420}$

c) $\sup\left\{\frac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}= \mathbf{1/280}$

d) $\sup\left\{\frac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}= \mathbf{1/140}$

3. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{25+\frac{24}{n}}-\sqrt{25+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{24}{n}}-\sqrt{1+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{4}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{9+\frac{9991}{n}}-\sqrt{9+\frac{9991}{n+1}}\right)=\mathbf{97}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{48}{n}}-\sqrt{1+\frac{48}{n+1}}\right)=\mathbf{6}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=3n+1}^{10n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{91/2}$

b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{5n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{25/2}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{6n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{35/2}$

d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=2n+1}^{8n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{30}$

5. Niech $f(x)=(7\cdot x\cdot|x|+1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(-2)=\mathbf{-56/9}$

b) $f'(1)=\mathbf{14/3}$

c) $f'(0)=\mathbf{0}$

d) $f'(3)=\mathbf{7}$

6. Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f_n'(x) = 0$.

a) $n = 20, \quad x = \boldsymbol{2\pi/21}$

b) $n = 10, \quad x = \boldsymbol{2\pi/11}$

c) $n = 25, \quad x = \boldsymbol{\pi/13}$

d) $n = 5, \quad x = \boldsymbol{\pi/3}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{1/3}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1 - 3x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3/4}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{6x} - 1 - 6x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{4x} - 1 - 4x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{4/3}$

8. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(40) = \mathbf{1/81}$

b) $g'(8) = \mathbf{1/6}$

c) $g'(6) = \mathbf{1}$

d) $g'(4) = \mathbf{1/6}$

9. Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x) = e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80!/8!}$

b) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60!/6!}$

c) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50!/5!}$

d) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70!/7!}$

Egzamin część II Wersja testu **Z** 20 lutego 2023 r.

1. Podaj kres górny zbioru, gdzie $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$.

a) $\sup\left\{\frac{1}{n^2+10n+35} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/46}$

b) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+23} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/2}$

c) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+15} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/6}$

d) $\sup\left\{\frac{1}{n^2-10n+47} : n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/22}$

2. Podaj kres górny zbioru.

a) $\sup\left\{\frac{mn}{100m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/140}$

b) $\sup\left\{\frac{mn}{400m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/280}$

c) $\sup\left\{\frac{mn}{1600m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/560}$

d) $\sup\left\{\frac{mn}{900m^2+49n^2} : m,n\in\mathbb{N}\right\}=\mathbf{1/420}$

3. Podaj sumę szeregu:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{9+\frac{9991}{n}}-\sqrt{9+\frac{9991}{n+1}}\right)=\mathbf{97}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{25+\frac{24}{n}}-\sqrt{25+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{2}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{24}{n}}-\sqrt{1+\frac{24}{n+1}}\right)=\mathbf{4}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{48}{n}}-\sqrt{1+\frac{48}{n+1}}\right)=\mathbf{6}$

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=3n+1}^{10n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{91/2}$

b) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=2n+1}^{8n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{30}$

c) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=n+1}^{6n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{35/2}$

d) $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{5n}\frac{k}{\sqrt{n^4+k^2}}=\mathbf{25/2}$

5. Niech $f(x)=(7\cdot x\cdot|x|+1)^{2/3}$. Podaj wartość pochodnej.

a) $f'(3)=\mathbf{7}$

b) $f'(1)=\mathbf{14/3}$

c) $f'(0)=\mathbf{0}$

d) $f'(-2)=\mathbf{-56/9}$

6. Niech $f_n(x) = n \cdot \sin x - \sin(nx)$. Dla podanej liczby n podaj najmniejsze takie $x > 0$, że $f_n'(x) = 0$.

a) $n = 10, \quad x = \boldsymbol{2\pi/11}$

b) $n = 5, \quad x = \boldsymbol{\pi/3}$

c) $n = 20, \quad x = \boldsymbol{2\pi/21}$

d) $n = 25, \quad x = \boldsymbol{\pi/13}$

7. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{1/3}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{3x} - 1 - 3x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3/4}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{4x} - 1 - 4x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{4/3}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{6x} - 1 - 6x}{\ln(1 + 6x^2)} = \mathbf{3}$

8. Niech g będzie funkcją odwrotną do funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem $f(x) = x^5 + x + 6$. Podaj wartość pochodnej.

a) $g'(4) = \mathbf{1/6}$

b) $g'(8) = \mathbf{1/6}$

c) $g'(6) = \mathbf{1}$

d) $g'(40) = \mathbf{1/81}$

9. Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem $f(x) = e^{x^{10}}$. Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(60)}(0) = \mathbf{60}!/\mathbf{6}!$

b) $f^{(70)}(0) = \mathbf{70}!/\mathbf{7}!$

c) $f^{(50)}(0) = \mathbf{50}!/\mathbf{5}!$

d) $f^{(80)}(0) = \mathbf{80}!/\mathbf{8}!$