

Egzamin, **20.02.2023**, godz. 9:00–10:30**Zadanie 1** (10 punktów)Dowieść, że dla każdej liczby naturalnej n zachodzi nierówność

$$\binom{2n+3}{n} < \frac{4^{n+1}}{3}.$$

Zadanie 2 (10 punktów)Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x + \sqrt[4]{x^4 + 40x^3 + 444x^2}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x^2 - 10 \cdot |x + 3|$$

na przedziale $[-7, 13]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.**Zadanie 4** (10 punktów)Dowieść, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \in (0, 1)$ zachodzi nierówność

$$2^x < x + 1.$$

Zadanie 5 (ZADANIE DODATKOWE)

Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1) \cdot (2n+3)}.$$

Zadanie 6 (ZADANIE DODATKOWE)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}.$$