

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
w poniedziałek 29.11.2021 i wtorek 30.11.2021.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami !!!

W każdym z poniższych zadań podaj dziedzinę funkcji f określonej podanym wzorem.

262. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

263. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x-4)^2}$ $D_f = \dots\dots\dots$

264. $f(x) = \sqrt{(x-1)^2 \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

265. $f(x) = \sqrt{(x^2-1) \cdot (x-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

266. $f(x) = \sqrt{(x-1) \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

267. $f(x) = \sqrt{(x^2-1) \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

268. $f(x) = \sqrt{(x^2-1)^2 \cdot (x^2-4)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

269. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x-9) \cdot (x-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

270. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2022} \cdot (x-9)^{2022} \cdot (x-16)^{2021}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

271. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2021} \cdot (x-9)^{2021} \cdot (x-16)^{2022}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

272. $f(x) = \sqrt{(x-4)^{2021} \cdot (x-9)^{2022} \cdot (x-16)^{2021}}$ $D_f = \dots\dots\dots$

273. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

274. $f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

275. $f(x) = \sqrt{(x^2-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^2-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

276. $f(x) = \sqrt{(x^2-4) \cdot (x^2-9) \cdot (x^4-16)}$ $D_f = \dots\dots\dots$

$$277. \quad f(x) = \sqrt{(3 - \log_2 x) \cdot (5 - \log_2 x) \cdot (3 - \log_3 x)} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$278. \quad f(x) = \sqrt{(3 - \log_2 x) \cdot (2 - \log_5 x) \cdot (3 - \log_3 x)} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$279. \quad f(x) = \sqrt{(3 - \log_4 x) \cdot (6 - \log_2 x) \cdot (3 - \log_3 x)} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$280. \quad f(x) = \sqrt{\log_2 \log_3 x} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$281. \quad f(x) = \sqrt{\log_3 \log_2 x} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$282. \quad f(x) = \sqrt{\log_5 \log_3 \log_2 x} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$283. \quad f(x) = \sqrt{\log_3 \log_2 \log_5 x} \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$284. \quad f(x) = \log_2 \log_x 256 \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$285. \quad f(x) = \log_2 \log_2 \log_x 256 \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$286. \quad f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256 \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$287. \quad f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256 \quad D_f = \dots\dots\dots$$

$$288. \quad f(x) = \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_2 \log_x 256 \quad D_f = \dots\dots\dots$$

289. Wiadomo, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość między podanymi niżej wzorami i wykresami funkcji na kolejnych stronach. W każdym z zadań **289.a-289.j** podaj numer rysunku, na którym znajduje się wykres funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem.

Przypomnienie: $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

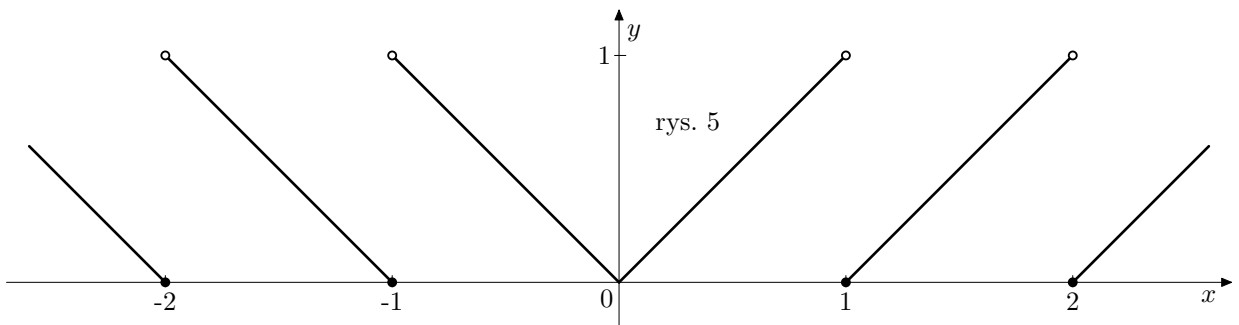
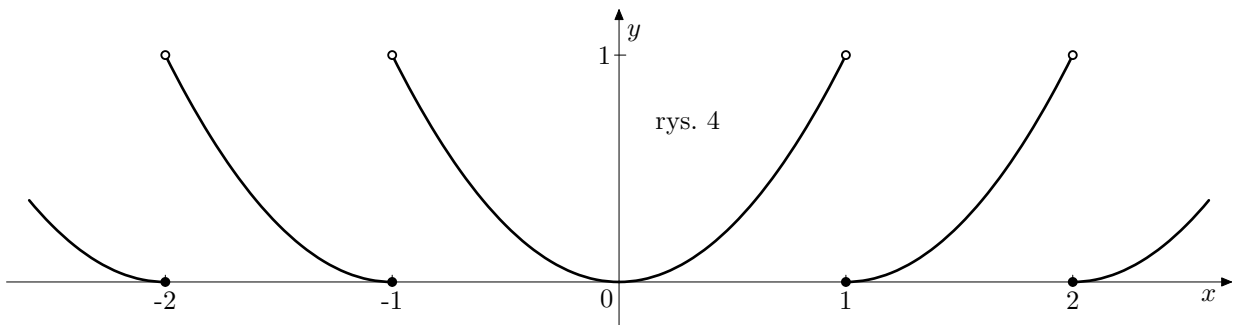
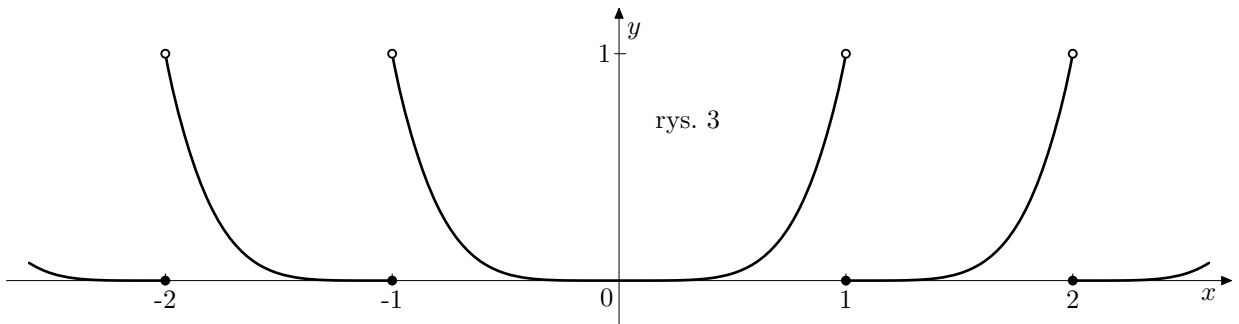
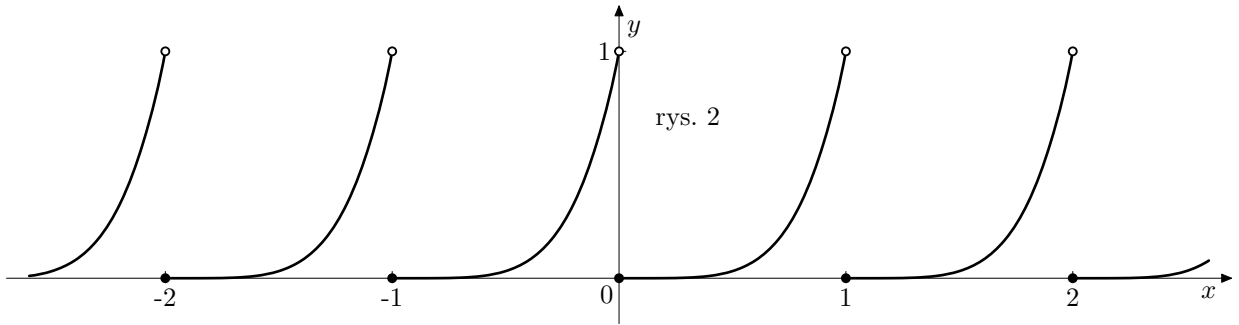
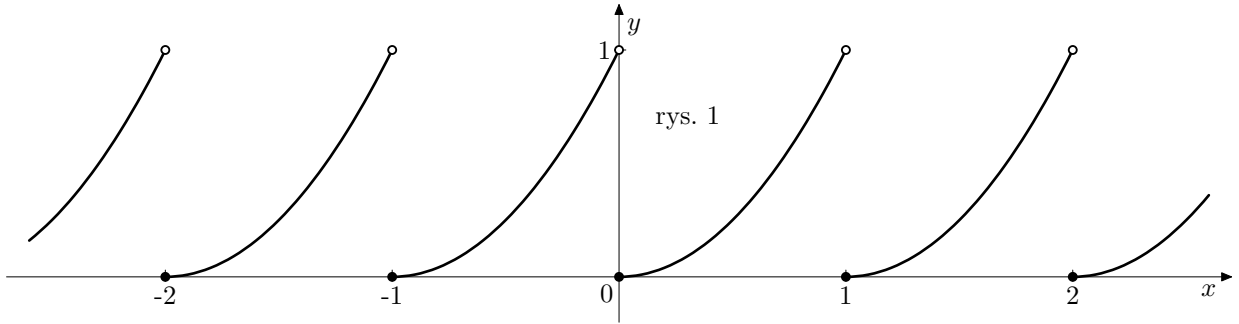
$$289.a. \quad f(x) = \{|x|\} \quad \dots \quad 289.b. \quad f(x) = \{x\}^2 \quad \dots$$

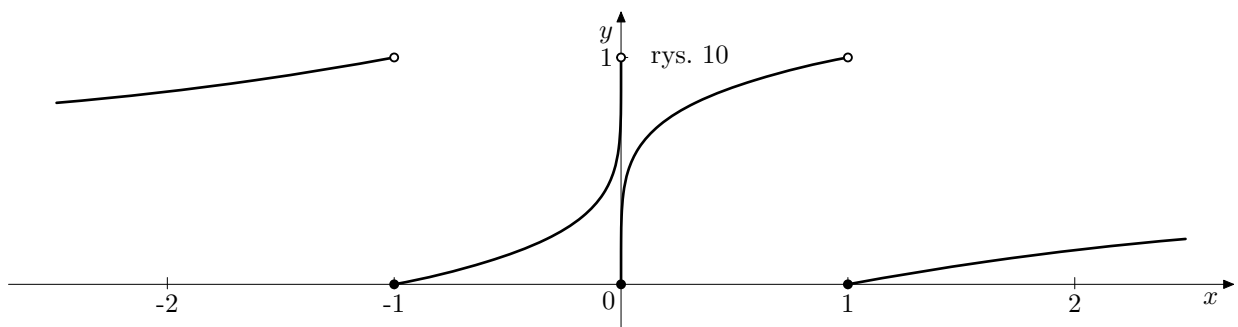
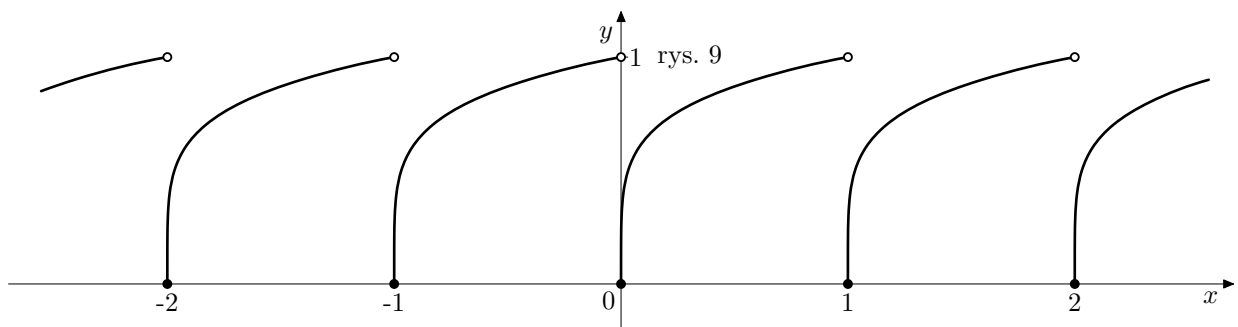
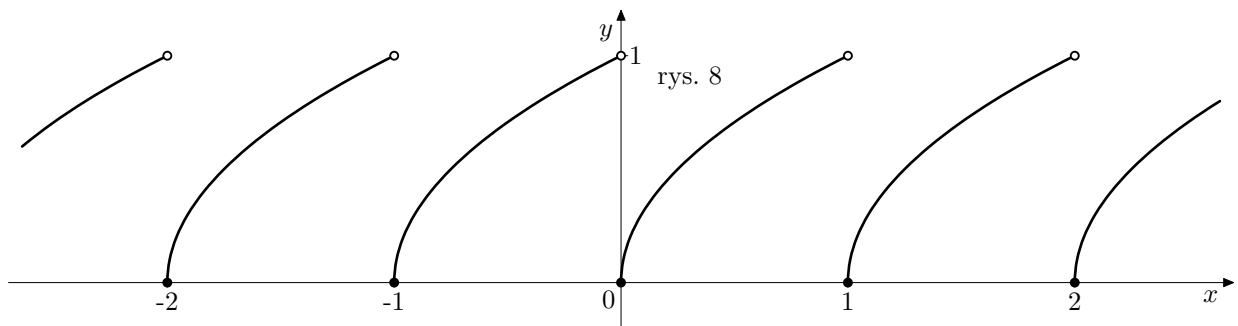
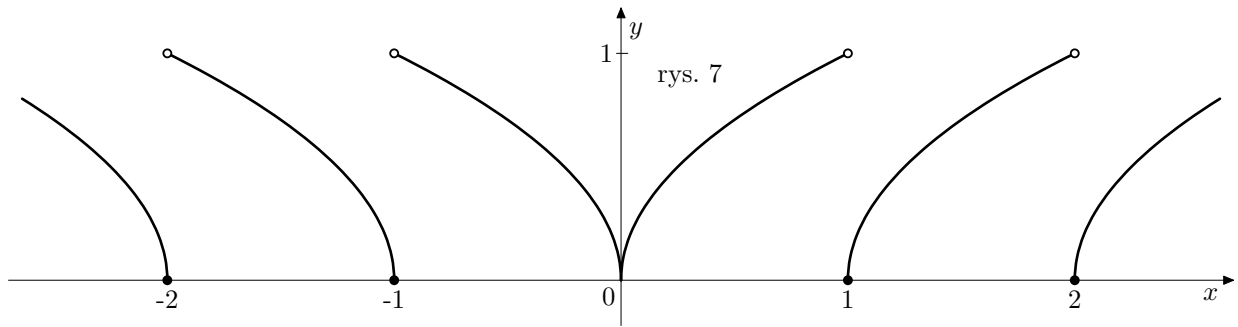
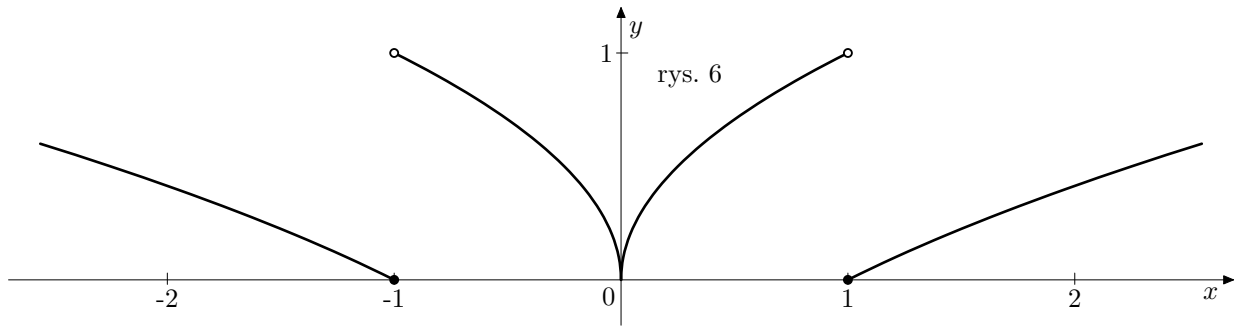
$$289.c. \quad f(x) = \{|x|\}^2 \quad \dots \quad 289.d. \quad f(x) = \sqrt{\{x\}} \quad \dots$$

$$289.e. \quad f(x) = \sqrt{\{|x|\}} \quad \dots \quad 289.f. \quad f(x) = \{\sqrt{|x|}\} \quad \dots$$

$$289.g. \quad f(x) = \sqrt[5]{\{x\}} \quad \dots \quad 289.h. \quad f(x) = \{\sqrt[5]{x}\} \quad \dots$$

$$289.i. \quad f(x) = \{x\}^5 \quad \dots \quad 289.j. \quad f(x) = \{|x|\}^5 \quad \dots$$





290. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 10^4}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{20}.$$

291. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x) = \sqrt[4]{x^4 + 1}.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq |x - y|.$$

292. Dana jest funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ określona wzorem $f(x) = \sqrt[8]{x^4 + 10^8}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{20}.$$

293. Niech funkcja $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \sqrt[16]{x}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [1, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{16}.$$

294. Niech funkcja $f: [3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \frac{1}{x^3}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [3, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{25}.$$

295. Niech funkcja $f: [16, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [16, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{128}.$$

296. Niech funkcja $f: [8, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$.
Zdanie Z: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [8, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq C \cdot |x - y|.$$

- a) Dowieść, że **zdanie Z** jest prawdziwe dla $C = 1/60$.
b) Dowieść, że **zdanie Z** jest fałszywe dla $C = 1/80$.

297. Niech funkcja $f: [25, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie dana wzorem $f(x) = \sqrt{x}$.
Zdanie Z: Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y \in [25, \infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq C \cdot |x - y|.$$

- a) Dowieść, że **zdanie Z** jest prawdziwe dla $C = 1/10$.
b) Dowieść, że **zdanie Z** jest fałszywe dla $C = 1/12$.