Kolokwium nr 4: poniedziałek[1] **10.01.2022,** godz. 10:15-11:00, materiał zad. 1–483.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w poniedziałek 20.12.2021, wtorek 21.12.2021, poniedziałek 3.01.2022 i wtorek 4.01.2022.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami !!!

389. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

Uwaga: Nie wolno używać reguły de l'Hospitala lub w inny sposób omijać bezpośrednie korzystanie z definicji pochodnej. Ta sama uwaga dotyczy kolejnych dwóch zadań.

390. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x}$ na przedziale $(0,+\infty)$.

391. Korzystając **z definicji** pochodnej wyprowadzić wzór na pochodną funkcji f określonej wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x^8+1}$.

W każdym z kolejnych 10 zadań podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej funkcji w trzech podanych punktach.

392. $f(x)=\sqrt[3]{x}$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(8)=\ldots\ldots$ $f'(27)=\ldots\ldots$

393. $f(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)^2}$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(2)=\ldots\ldots$ $f'(3)=\ldots\ldots$

394. $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)+\operatorname{arctg}2$ $f'(1)=\ldots.$ $f'(2)=\ldots.$ $f'(3)=\ldots.$

395. $f(x)=\ln\left(x^3+1\right)$ $f'(1)=\ldots..$ $f'(2)=\ldots..$ $f'(3)=\ldots..$

396. $f(x)=\operatorname{arctg}\left(x^2\right)$ $f'(1)=\ldots..$ $f'(2)=\ldots..$ $f'(3)=\ldots..$

397. $f(x)=\sqrt{24x+1}$ $f'(0)=\ldots\ldots$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(2)=\ldots\ldots$

398. $f(x)=\sqrt[3]{x^3-x+8}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

399. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^4-x^2+9}}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

400. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^5-x+32}}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

401. $f(x)=\sqrt{8x+1}\cdot\sqrt[3]{7x^2+1}$ $f'(0)=\ldots.$ $f'(1)=\ldots.$ $f'(3)=\ldots.$

[1] W przypadku, gdy 10.01.2022 będą zajęcia zdalne, kolokwium najprawdopodobniej odbędzie się zdalnie na wykładzie w środę 12.01.2022 o godz. 8:15. Dopuszczam także przełożenie kolokwium nr 4 na poniedziałek 17.01.2022 i połączenie go z kolokwium nr 5 – to w sytuacji zajęć zdalnych 10 stycznia i perspektywy zajęć stacjonarnych 17 stycznia. Dopuszczam też inną reorganizację kolokwiów adekwatną do sytuacji epidemiologicznej.

402. Wyznaczyć równanie prostej, która jest styczna do obydwu następujących parabol: paraboli o równaniu $y=x^2$ oraz paraboli o równaniu $y=x^2-8x$.

403. Na potrzeby tego zadania prostą nazwiemy *fajną*, jeśli jest styczna do obydwu następujących parabol: do paraboli o równaniu $y=x^2+2$ oraz do paraboli o równaniu $y=-x^2$. Wyznaczyć równania wszystkich *fajnych* prostych.

404. Na potrzeby tego zadania prostą nazwiemy *fajną*, jeśli jest styczna do obydwu następujących parabol: do paraboli o równaniu $y=x^2+2$ oraz do paraboli o równaniu $y=2x^2$. Wyznaczyć równania wszystkich *fajnych* prostych.

405. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[3]{x^3+x^5}$ jest różniczkowalna w zerze.

406. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x^4+x^6}$ jest różniczkowalna w zerze.

407. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x^2+1}-1}$$

jest różniczkowalna w zerze.

408. Wyznaczyć taką wartość rzeczywistą parametru a, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+1}-1}+a\cdot\sqrt[4]{\sqrt[4]{x^4+1}-1}$$

jest różniczkowalna w zerze.

W każdym z kolejnych 7 zadań dla podanej funkcji $f_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ podaj wartości pochodnych jednostronnych funkcji f_i w zerze.

409. $f_1(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+1}-1}$ $f_1'(0^-)=$ .... $f_1'(0^+)=$ ....

410. $f_2(x)=\sqrt{\sqrt{2x^2+1}-1}$ $f_2'(0^-)=$ .... $f_2'(0^+)=$ ....

411. $f_3(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+4}-2}$ $f_3'(0^-)=$ .... $f_3'(0^+)=$ ....

412. $f_4(x)=\sqrt{\sqrt{8x^2+81}-9}$ $f_4'(0^-)=$ .... $f_4'(0^+)=$ ....

413. $f_5(x)=\sqrt{\sqrt[4]{2x^2+1}-1}$ $f_5'(0^-)=$ .... $f_5'(0^+)=$ ....

414. $f_6(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x^2+16}-2}$ $f_6'(0^-)=$ .... $f_6'(0^+)=$ ....

415. $f_7(x)=\sqrt{\sqrt[4]{8x^2+81}-3}$ $f_7'(0^-)=$ .... $f_7'(0^+)=$ ....

416. Funkcja $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x)=1+x+2\sqrt{x}\,.$$

Funkcja g jest złożeniem 100 egzemplarzy funkcji f:

$$g(x)=f(f(f(\ldots f(f(x))\ldots)))\,.$$

Obliczyć $g'(100)$.

417. Udowodnić nierówności

$$\frac{1}{1301}<\operatorname{arctg}51-\operatorname{arctg}49<\frac{1}{1201}\,.$$

418. Udowodnić nierówności

$$\frac{1}{9}<\ln 9-\ln 8<\frac{1}{8}\,.$$

419. Udowodnić nierówności

$$\frac{1}{34}<\operatorname{arctg}13-\operatorname{arctg}8<\frac{1}{13}\,.$$

420. Udowodnić nierówność

$$\operatorname{arctg}6+\operatorname{arctg}12<\operatorname{arctg}7+\operatorname{arctg}10\,.$$

421. Udowodnić nierówność

$$26\cdot e^{\operatorname{arctg}5}<25\cdot e^{\operatorname{arctg}7}\,.$$

422. Dana jest funkcja $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt[\pi]{x^\pi+\pi}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

423. Dana jest funkcja $f:[-10,10]\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{10x^2+9000}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y\in[-10,10]$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

424. Dana jest funkcja $f:[-10,10]\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{5x^2+125}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,y\in[-10,10]$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant 2\cdot|x-y|\,.$$

425. Dana jest funkcja $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{2x^2+2}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,\,y\in[-1,1]$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

426. Dana jest funkcja $f:[-4,4]\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{x^2+9}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,\,y\in[-4,4]$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant\frac{4}{5}\cdot|x-y|\,.$$

427. Niech funkcja $f:[4,\infty)\to\mathbb{R}$ będzie dana wzorem

$$f(x)=\frac{1}{x^4}\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,\,y\in[4,\infty)$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant\frac{|x-y|}{256}\,.$$

428. Dana jest funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\ln\left(e^x+e^{-x}\right)\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,\,y$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

429. Dana jest funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\ln\left(x^2+1\right)\,.$$

Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x,\,y$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

430. Funkcja różniczkowalna $f:(0,+\infty)\to(-\infty,0)$ spełnia warunki $f(1)=-2/3$ oraz $f(2)=-2/5$. Dowieść, że stąd wynika istnienie takiej liczby rzeczywistej dodatniej x, że

$$f'(x)=(f(x))^2\,.$$

Wskazówka: $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

431. Funkcja różniczkowalna $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$ spełnia warunki $f(2)=1$ i $f(4)=4$. Dowieść, że stąd wynika istnienie takiej liczby rzeczywistej dodatniej x, że

$$f'(x)=\sqrt{f(x)}\,.$$

Wskazówka: $g(x)=2\cdot\sqrt{f(x)}$

432. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=x^2-3\cdot|x+1|$$
na przedziale $[-2,2]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

433. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=x+\left|x^2-6\right|$$
na przedziale $[-4,3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

434. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=x+\left|x^2-x-6\right|$$
na przedziale $[-5,5]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

435. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=x^2-\sqrt{4x^2+4x+1}$$
na przedziale $[-3,3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

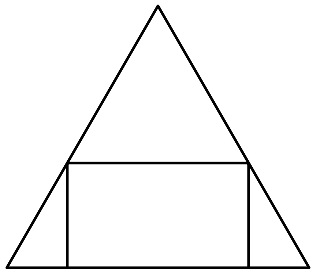
436. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=\sqrt{9x^2+6x+1}-x^2$$
na przedziale $[-2,3]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

437. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=3x+\left|x^3-9x\right|$$
na przedziale $\left[-4,\sqrt{10}\right]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

438. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji f określonej wzorem
$$f(x)=2x+\sqrt{x^4-98x^2+7^4}$$
na przedziale $[-11,9]$ oraz podać, w których punktach te wartości są osiągane.

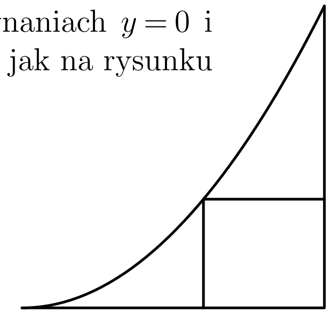
439. Wyznaczyć punkty, w których funkcja f zdefiniowana wzorem
$$f(x)=\frac{x}{99}-\frac{10\cdot\ln\left(x^2+1\right)}{99}+\operatorname{arctg} x$$
osiąga najmniejszą i największą wartość na przedziale $[9,11]$.

440. Wyznaczyć punkty, w których funkcja f zdefiniowana wzorem
$$f(x)=\frac{9}{x}-\frac{81}{8x^2}+\ln x$$
osiąga najmniejszą i największą wartość na przedziale $[4,5]$.

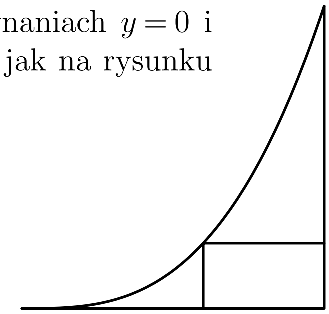


441. W stożku o objętości 1 chcemy umieścić walec w taki sposób, że jedna z podstaw walca leży w płaszczyźnie podstawy stożka, a obwód drugiej podstawy walca leży na powierzchni bocznej stożka. Rysunek obok przedstawia widok z boku, ewentualnie przekrój płaszczyzną zawierającą wspólną oś obrotu stożka i walca. Jaką największą objętość może mieć walec?

442. W trójkąt krzywoliniowy ograniczony prostymi o równaniach $y=0$ i $x=1$ oraz parabolą o równaniu $y=x^2$ chcemy wpisać prostokąt jak na rysunku obok. Jakie największe pole może mieć taki prostokąt?



443. W trójkąt krzywoliniowy ograniczony prostymi o równaniach $y=0$ i $x=1$ oraz krzywą o równaniu $y=x^3$ chcemy wpisać prostokąt jak na rysunku obok. Jakie największe pole może mieć taki prostokąt?



444. Dana jest funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x^2+12}$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant\frac{|x-y|}{C},$$

gdzie $C=6$ **(wersja trudniejsza)** lub $C=3$ **(wersja łatwiejsza).**

445. Dowieść, że dla każdej liczby rzeczywistej $x\in(2,4)$ zachodzi nierówność $\sqrt[x]{x}>\sqrt{2}$.

446. Wyznaczyć największą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej wzorem

$$f(x)=5\sin x-\sin 5x\,.$$

447. Niech $f(x)=4\cos x+\sin 4x$. Podać wszystkie miejsca zerowe pochodnej funkcji f w przedziale $[0,\,2\pi)$.

448. Rozstrzygnąć, która liczba jest większa:

$$16\cdot\operatorname{arctg}7+\ln 13 \qquad \text{czy} \qquad 16\cdot\operatorname{arctg}8+\ln 10\ ?$$

Wskazówka 1: Podane liczby są większe od 25, a różnią się o mniej niż 0,02 — nie próbuj bezpośredniego szacowania.
Wskazówka 2: Zbadaj funkcję pomocniczą $f(x)=16\operatorname{arctg}x-\ln(x^2+1)$.

W każdym z 10 poniższych zadań podaj największą wartość funkcji f na przedziale $[0,\infty)$. Odpowiedzi podaj w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

449. $f(x)=\sqrt{x}-2x^2$ ....

450. $f(x)=4\sqrt{x}-x^2$ ....

451. $f(x)=32\sqrt{x}-x^2$ ....

452. $f(x)=4\sqrt{x}-27x^2$ ....

453. $f(x)=32\sqrt{x}-27x^2$ ....

454. $f(x)=4\sqrt{x}-125x^2$ ....

455. $f(x)=6\sqrt{x}-x^3$ ....

456. $f(x)=3\sqrt{x}-16x^3$ ....

457. $f(x)=8\sqrt{x}-x^4$ ....

458. $f(x)=\sqrt{x}-16x^4$ ....

459. Funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest określona wzorem $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$. Funkcja $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest funkcją odwrotną do f, tzn. $f(g(x))=g(f(x))=x$ dla dowolnej liczby rzeczywistej x.
Podać wzór na pochodną funkcji g. Podać przykład takiej liczby wymiernej $x>1$, że liczba $g'(x)$ jest wymierna.

460. Niech funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefinowanej wzorem $g(x)=x^5+x$. Obliczyć $f'(0)$, $f'(2)$ i $f'(34)$.

461. Niech funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefinowanej wzorem $g(x)=x^3+9x$. Obliczyć $f'(0)$, $f'(10)$ i $f'(100)$.

W każdym z kolejnych 7 zadań funkcja $g_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest funkcją odwrotną do funkcji $f_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem. W każdym z tych zadań podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej funkcji g_i w trzech podanych punktach.

462. $f_1(x)=x^3+x$ $g_1'(0)=\ldots\ldots$ $g_1'(2)=\ldots\ldots$ $g_1'(130)=\ldots\ldots$

463. $f_2(x)=x^7+x$ $g_2'(0)=\ldots\ldots$ $g_2'(2)=\ldots\ldots$ $g_2'(130)=\ldots\ldots$

464. $f_3(x)=x^3+5x$ $g_3'(0)=\ldots\ldots$ $g_3'(6)=\ldots\ldots$ $g_3'(42)=\ldots\ldots$

465. $f_4(x)=x^5+5x$ $g_4'(0)=\ldots\ldots$ $g_4'(6)=\ldots\ldots$ $g_4'(42)=\ldots\ldots$

466. $f_5(x)=x^3+2x$ $g_5'(3)=\ldots\ldots$ $g_5'(12)=\ldots\ldots$ $g_5'(72)=\ldots\ldots$

467. $f_6(x)=x^3+4x$ $g_6'(5)=\ldots\ldots$ $g_6'(16)=\ldots\ldots$ $g_6'(80)=\ldots\ldots$

468. $f_7(x)=2x^3+x$ $g_7'(3)=\ldots\ldots$ $g_7'(18)=\ldots\ldots$ $g_7'(57)=\ldots\ldots$

W każdym z kolejnych 5 zadań dla podanej funkcji $g_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ funkcja $f_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f_i\left(g_i(x)\right)=x^3+3x\,.$$

W każdym z tych zadań podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej funkcji f_i w trzech podanych punktach.

469. $g_1(x)=x^3+x+6$ $f_1'(8)=\ldots\ldots$ $f_1'(16)=\ldots\ldots$ $f_1'(36)=\ldots\ldots$

470. $g_2(x)=x^3+2x+3$ $f_2'(6)=\ldots\ldots$ $f_2'(15)=\ldots\ldots$ $f_2'(36)=\ldots\ldots$

471. $g_3(x)=2x^3+x$ $f_3'(3)=\ldots\ldots$ $f_3'(18)=\ldots\ldots$ $f_3'(57)=\ldots\ldots$

472. $g_4(x)=x^5+x+2$ $f_4'(2)=\ldots\ldots$ $f_4'(4)=\ldots\ldots$ $f_4'(36)=\ldots\ldots$

473. $g_5(x)=x^5+2x$ $f_5'(0)=\ldots\ldots$ $f_5'(3)=\ldots\ldots$ $f_5'(36)=\ldots\ldots$

474. Funkcja $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x)=\ln\left(\frac{e^x+1}{e^x-1}\right).$$

Funkcja g jest złożeniem 2020 egzemplarzy funkcji f:

$$g(x)=f(f(f(\ldots f(f(x))\ldots)))\,.$$

Rozstrzygnąć, czy liczba $g'\left(\sqrt{e}\right)$ jest wymierna.

475. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x)=\operatorname{arctg}\left(\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}+1}+\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}-1}-1\right)+\operatorname{arctg}\left(\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}+1}-\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}-1}-1\right)$$

na przedziale $[10, 50]$ i określić, w których punktach te wartości są przyjmowane. Doprowadzić wartości najmniejszą i największą do tak prostej postaci, aby było widać, czy są to liczby wymierne, czy niewymierne.

Wskazówka: $f=g\circ h$, gdzie

$$g(t)=\operatorname{arctg}(t-1)+\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{t}-1\right)$$

oraz

$$h(x)=\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}+1}+\sqrt{e^{e^{x^{2020}}}-1}\,.$$

476. Funkcja $f:Z\to Z$, gdzie $Z=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, jest określona wzorem

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}}\,.$$

Funkcja g jest złożeniem 666 egzemplarzy funkcji f:

$$g(x)=f(f(f(\ldots f(f(x))\ldots)))\,.$$

Rozstrzygnąć, czy liczba $g'\left(\sqrt{2}\right)$ jest wymierna.

477. Funkcja $f:Z\to Z$, gdzie $Z=\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$, jest określona wzorem

$$f(x)=\frac{\sqrt[3]{x^3-1}}{x}\,.$$

Funkcja g jest złożeniem 666 egzemplarzy funkcji f:

$$g(x)=f(f(f(\ldots f(f(x))\ldots)))\,.$$

Rozstrzygnąć, czy liczba $g'\left(\sqrt{2}\right)$ jest wymierna.

478. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-2x^2-2x-1}{x^3} & \text{dla} \quad x\neq 0\\ A & \text{dla} \quad x=0\end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

479. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{e^x-1-x} & \text{dla} \quad x\neq 0\\ A & \text{dla} \quad x=0\end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

480. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{3x}-e^{2x}-\ln(1+x)}{x^2} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

481. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2xe^{-x}-\ln(1+2x)}{x^3} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

482. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x}-\sqrt{1+x}}{\ln(1+x)} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.

483. Wyznaczyć taką liczbę rzeczywistą A, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{e^x}-e^{x+1}}{x^2} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze. Obliczyć $f'(0)$ dla tej wartości parametru A.