

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
we wtorek 14.12.2021.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami !!!

377. Dobrać odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{8x+7}{5x+\sqrt{x}+8} \leq 6 \cdot C.$$

378. Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \sqrt[4]{x^4 + x^3 + x^2}.$$

379. Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem $f(x) = \sqrt[4]{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 1}$.
Uwaga: Treść zadania jest poprawna - pod pierwiastkiem niczego nie brakuje - ma być tak jak jest napisane.

380. Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem $f(x) = x + \sqrt[8]{x^8 + x^7 + x^6 + 7}$.

381. Funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x) = -\frac{25x}{24} + \frac{\sqrt{49x^2 + 37}}{24}.$$

Dowieść, że f jest odwrotna do samej siebie.

382. Wyznaczyć asymptoty funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \log_4(2^x + 8^x).$$

383. Dowieść, że równanie $\cos x = x$ ma co najmniej jedno rozwiązanie.

384. Dowieść, że równanie $\cos x = x^2$ ma co najmniej dwa rozwiązania.

385. Dowieść, że równanie $x^{2021} + x = 2021$ ma dokładnie jedno rozwiązanie.

386. Dowieść, że równanie $x^2 = 25\pi^2 \cdot \cos x$ ma co najmniej 10 rozwiązań rzeczywistych.

387. Dowieść, że równanie

$$x^{1000000} + 2 = (1,000001)^x$$

ma co najmniej jedno rozwiązanie rzeczywiste. Wskazać konkretny (być może niepotrzebnie duży) przedział, w którym znajduje się rozwiązanie.

388. Dla których liczb

$$n \in \{2, 4, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 10^5, 10^{10}, 10^{30}, 10^{100}, 10^{1000}\}$$

wykres funkcji $f(x) = 2^x$ przecina wykres funkcji $g(x) = x^n + 4$, jeżeli za jednostkę na osiach przyjmujemy 1 cm? Przyjąć promień wszechświata równy 10^{28} cm. Punkty przecięcia wykresów leżące w innych wszechświatach nas nie interesują.