

**Test kwalifikacyjny**

Wersja testu **W** 4 października 2021 r.

1. Ile litrów 30-procentowego roztworu pewnej substancji należy zmieszać z jednym litrem roztworu 10-procentowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu

a) 25% ..... b) 26% .....

c) 28% ..... d) 29% .....

2. Podaj najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $k$ , dla której podana liczba jest sześcianem liczby całkowitej.

a)  $36^{100} \cdot k$ ,  $k = \dots\dots\dots$  b)  $24^{100} \cdot k$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $18^{100} \cdot k$ ,  $k = \dots\dots\dots$  d)  $12^{100} \cdot k$ ,  $k = \dots\dots\dots$

3. Dla podanej liczby  $d$  podaj najmniejszą liczbę naturalną  $n$ , dla której liczba  $n!$  jest podzielna przez  $d$ .

a)  $d = 21^4$ ,  $n = \dots\dots\dots$  b)  $d = 11^4$ ,  $n = \dots\dots\dots$

c)  $d = 30^4$ ,  $n = \dots\dots\dots$  d)  $d = 25^4$ ,  $n = \dots\dots\dots$

4. Zapisz podaną liczbę wymierną w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a)  $\frac{1}{\sqrt{17}+3} + \frac{1}{5+\sqrt{17}} = \dots\dots\dots$  b)  $\frac{1}{\sqrt{5}-1} + \frac{1}{3+\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$

c)  $\frac{1}{\sqrt{5}+1} + \frac{1}{3+\sqrt{5}} = \dots\dots\dots$  d)  $\frac{1}{\sqrt{17}-3} + \frac{1}{5+\sqrt{17}} = \dots\dots\dots$

5. Podaj liczbę rzeczywistą  $x$  spełniającą dane równanie.

a)  $\log_2 \log_3 x = 0$  dla  $x = \dots\dots\dots$

b)  $\log_2 \log_3 x = 1$  dla  $x = \dots\dots\dots$

c)  $\log_3 \log_2 x = 0$  dla  $x = \dots\dots\dots$

d)  $\log_3 \log_2 x = 1$  dla  $x = \dots\dots\dots$

6. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a)  $2\sin 80^\circ \cos 80^\circ = \sin \alpha$  dla  $\alpha = \dots\dots\dots$

b)  $2\sin 70^\circ \cos 70^\circ = \sin \alpha$  dla  $\alpha = \dots\dots\dots$

c)  $2\sin 40^\circ \cos 40^\circ = \sin \alpha$  dla  $\alpha = \dots\dots\dots$

d)  $2\sin 50^\circ \cos 50^\circ = \sin \alpha$  dla  $\alpha = \dots\dots\dots$

7. Podaj najmniejszą liczbę rzeczywistą dodatnią  $a$ , dla której podane równanie ma co najmniej jedno rozwiązanie rzeczywiste  $x$ .

a)  $x^2 + ax + 49 = 0$ ,  $a = \dots\dots\dots$

b)  $x^2 - ax + 64 = 0$ ,  $a = \dots\dots\dots$

c)  $x^2 + ax + 100 = 0$ ,  $a = \dots\dots\dots$

d)  $x^2 - ax + 81 = 0$ ,  $a = \dots\dots\dots$

**8.** Wiadomo, że ciąg  $(a_n)$  jest nieskończonym ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich i ilorazie 3. Podaj iloraz ciągu geometrycznego  $(b_n)$  określonego podanym wzorem

a)  $b_n = a_{4n+1}$  ..... b)  $b_n = 5^n \cdot a_n$  .....

c)  $b_n = 5 \cdot a_n$  ..... d)  $b_n = a_n^2$  .....

**9.** Wiadomo, że  $a + b + c = 1$  oraz  $a + 2b + 3c = 5$ . Wobec tego

a)  $7a + 9b + 11c =$  ..... b)  $3a + 7b + 11c =$  .....

c)  $a + 6b + 11c =$  ..... d)  $5a + 8b + 11c =$  .....

**10.** Dla podanej liczby  $n$  podaj największą liczbę całkowitą  $d$ , przez którą jest podzielna suma każdego  $n$ -wyrazowego postępu arytmetycznego o wyrazach całkowitych.

a)  $n = 18$ ,  $d =$  ..... b)  $n = 12$ ,  $d =$  .....

c)  $n = 6$ ,  $d =$  ..... d)  $n = 9$ ,  $d =$  .....

**11.** Dla podanej liczby  $k$  podaj liczbę naturalną  $n$  spełniającą równanie  $n^n = k$ .

a)  $k = 2^{160}$ ,  $n =$  ..... b)  $k = 27$ ,  $n =$  .....

c)  $k = 2^8$ ,  $n =$  ..... d)  $k = 2^{64}$ ,  $n =$  .....

**12.** W okrąg o promieniu 1 wpisany jest  $n$ -kąć foremny. Dla podanej liczby  $n$  podaj liczbę jego przekątnych, których długość jest liczbą całkowitą.

a)  $n = 10$  ..... b)  $n = 12$  .....

c)  $n = 15$  ..... d)  $n = 6$  .....