

91	92	93	94	Σ

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM SPECJALNE,
13.12.2021 (poniedziałek), godz. 10:15–11:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **91.** (10 punktów)

Dana jest taka funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x \neq y$ spełniony jest warunek

$$|f(x) - f(y)| < \frac{1}{|x - y|}.$$

Dowieść, że wówczas $f(0) = f(1)$.

Zadanie **92.** (10 punktów)

Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\binom{n}{0}}{\sqrt{3^{2n+3} + 1}} + \frac{2 \cdot \binom{n}{1}}{\sqrt{3^{2n+3} - 8}} + \frac{4 \cdot \binom{n}{2}}{\sqrt{3^{2n+3} + 64}} + \frac{8 \cdot \binom{n}{3}}{\sqrt{3^{2n+3} - 512}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{2^{n-1} \cdot \binom{n}{n-1}}{\sqrt{3^{2n+3} + (-8)^{n-1}}} + \frac{2^n \cdot \binom{n}{n}}{\sqrt{3^{2n+3} + (-8)^n}} \right).$$

Zadanie **93.** (10 punktów)

Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$Z = \left\{ \frac{kmn}{27k^3 + 64m^3 + 125n^3} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Zadanie **94.** (10 punktów)

Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^{2n+1} + 2^{n+1} + 2^n + 1}.$$