

7	8	9	Σ

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM POPRAWKOWE,
13.12.2021 (poniedziałek), godz. 10:15–11:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 7. (10 punktów)

W każdym z zadań **7.1-7.10** w miejscu kropek podaj granicę ciągu.

Za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz **1 punkt**.

7.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 60n} - n) = \dots\dots\dots$

7.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 60n^2} - n) = \dots\dots\dots$

7.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[4]{n^4 + 60n^3} - n) = \dots\dots\dots$

7.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[5]{n^5 + 60n^4} - n) = \dots\dots\dots$

7.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{2}}{n^2} = \dots\dots\dots$

7.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{3}}{n^3} = \dots\dots\dots$

7.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{4}}{n^4} = \dots\dots\dots$

7.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{5}}{n^5} = \dots\dots\dots$

7.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{2n+2}{n+1}}{\binom{2n}{n}} = \dots\dots\dots$

7.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{3n+3}{n+1}}{\binom{3n}{n}} = \dots\dots\dots$

Zadanie **8.** (20 punktów)

Niech

$$a_n = \frac{60}{(n+1)(n+2)}$$

dla $n \in \mathbb{N}$. Wiadomo, że wówczas szereg $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, a jego suma jest równa 30.

W każdym z zadań **8.1-8.14** w miejscu kropek podaj sumę szeregu.

W zadaniach **8.1-8.8** za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz **1 punkt**.

W zadaniach **8.9-8.14** za każdą poprawną odpowiedź otrzymasz **2 punkty**.

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = \dots\dots\dots$

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1}) = \dots\dots\dots$

8.3. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_1 \cdot a_n) = \dots\dots\dots$

8.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_2 \cdot a_n) = \dots\dots\dots$

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+1}^2) = \dots\dots\dots$

8.6. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 - a_{n+2}^2) = \dots\dots\dots$

8.7. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^3 - a_{n+1}^3) = \dots\dots\dots$

8.8. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^3 - a_{n+2}^3) = \dots\dots\dots$

8.9. $\sum_{n=2}^{\infty} (2^{a_n} - 2^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

8.10. $\sum_{n=3}^{\infty} (2^{a_n} - 2^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

8.11. $\sum_{n=3}^{\infty} (3^{a_n} - 3^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

8.12. $\sum_{n=4}^{\infty} (3^{a_n} - 3^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

8.13. $\sum_{n=3}^{\infty} (4^{a_n} - 4^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

8.14. $\sum_{n=4}^{\infty} (4^{a_n} - 4^{a_{n+1}}) = \dots\dots\dots$

Zadanie 9. (30 punktów)

W każdym z zadań **9.1-9.15** podaj w postaci uproszczonej (tzn. liczby wymierne muszą być zapisane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego) kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** albo **NIE**, ewentualnie **T** albo **N**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **2 punkty**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy (ale co najmniej jeden w postaci rażąco nieuproszczonej) i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

9.1. $A = \left\{ \frac{1}{n^2 - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

9.2. $B = \left\{ \frac{1}{n^3 - 26} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

9.3. $C = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq m^2 \leq 29n^2 \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

9.4. $D = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 23n^3 \leq m^3 \leq 27n^3 \right\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

9.5. $E = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 77^n \leq 27^m \leq 81^n \right\}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

9.6. $F = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 64^n \leq 32^m \leq 77^n \right\}$ Ocena

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

9.7. $G = \left\{ \sqrt{n^2 + 15n} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf G = \dots\dots\dots$	$\sup G = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru G	Czy kres górny należy do zbioru G
9.8. $H = \left\{ \sqrt[3]{n^3 + 26n^2} - n : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf H = \dots\dots\dots$	$\sup H = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru H	Czy kres górny należy do zbioru H
9.9. $I = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^4 + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf I = \dots\dots\dots$	$\sup I = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru I	Czy kres górny należy do zbioru I
9.10. $J = \left\{ \frac{(-1)^n}{4^n + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf J = \dots\dots\dots$	$\sup J = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru J	Czy kres górny należy do zbioru J
9.11. $K = \left\{ x^5 : x \in (-2, 1) \right\}$	Ocena
$\inf K = \dots\dots\dots$	$\sup K = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru K	Czy kres górny należy do zbioru K
9.12. $L = \left\{ x^6 : x \in (-2, 1) \right\}$	Ocena
$\inf L = \dots\dots\dots$	$\sup L = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru L	Czy kres górny należy do zbioru L
9.13. $M = \left\{ \frac{1}{n^2 - 20n + 77} : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf M = \dots\dots\dots$	$\sup M = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru M	Czy kres górny należy do zbioru M
9.14. $N = \left\{ \frac{1}{n^2 - 20n + 97} : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf N = \dots\dots\dots$	$\sup N = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru N	Czy kres górny należy do zbioru N
9.15. $P = \left\{ \frac{1}{n^2 - 20n + 117} : n \in \mathbb{N} \right\}$	Ocena
$\inf P = \dots\dots\dots$	$\sup P = \dots\dots\dots$
Czy kres dolny należy do zbioru P	Czy kres górny należy do zbioru P