

141. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_4^{\infty} \frac{5x-2}{x^3+x^2-2x} dx$ i po uproszczeniu wyniku określić, czy wartość ta jest większa czy mniejsza od 1.

Rozwiązanie:

Zauważamy, że liczby 0 i 1 są miejscami zerowymi wielomianu sześciennego występującego w mianowniku funkcji podcałkowej, skąd otrzymujemy

$$x^3 + x^2 - 2x = x \cdot (x-1) \cdot (x+2).$$

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\frac{5x-2}{x \cdot (x-1) \cdot (x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2},$$

$$5x-2 = A \cdot (x-1) \cdot (x+2) + B \cdot x \cdot (x+2) + C \cdot x \cdot (x-1).$$

W tym momencie można wymnożyć wyrażenia po prawej stronie, ułożyć układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi A , B i C , porównując współczynniki przy jednakowych potęgach x 'a, a następnie rozwiązać ten układ równań.

My jednak podstawimy za x wartości 0, 1 i -2 otrzymując odpowiednio

$$\text{dla } x=0 \quad -2 = -2A, \quad \text{skąd } A=1,$$

$$\text{dla } x=1 \quad 3 = 3B, \quad \text{skąd } B=1,$$

$$\text{dla } x=-2 \quad -12 = 6C, \quad \text{skąd } C=-2.$$

Wobec tego

$$\begin{aligned} \int_4^{\infty} \frac{5x-2}{x^3+x^2-2x} dx &= \int_4^{\infty} \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2} dx = \ln|x| + \ln|x-1| - 2 \cdot \ln|x+2| \Big|_{x=4}^{\infty} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln|x| + \ln|x-1| - 2 \cdot \ln|x+2|) \right) - \ln 4 - \ln 3 + 2 \cdot \ln 6 = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{x \cdot (x-1)}{(x+2)^2} \right) + \ln 3 = \\ &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot (x-1)}{(x+2)^2} \right) + \ln 3 = \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2} \right) + \ln 3 = \ln 1 + \ln 3 = \ln 3 > \ln e = 1. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Podana całka niewłaściwa ma wartość $\ln 3 > 1$.

Uwaga: Całki

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{x} dx, \quad \int_4^{\infty} \frac{1}{x-1} dx, \quad \int_4^{\infty} \frac{1}{x+2} dx$$

są rozbieżne, a granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x|, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x-1|, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x+2|$$

są nieskończone, nie mogą się więc pojawić w rozwiązaniu w konfiguracji prowadzącej do nieoznaczoności $\infty - \infty$.

142. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_{1/3}^{\infty} \frac{dx}{16x^3 + x}$. Doprowadzić wynik do postaci $\ln w$, gdzie w liczbą wymierną dodatnią.

Rozwiązanie:

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x \cdot (16x^2 + 1)} &= \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{16x^2 + 1}, \\ 1 &= A \cdot (16x^2 + 1) + (Bx + C) \cdot x, \\ 1 &= 16Ax^2 + A + Bx^2 + Cx, \\ 1 &= A, \quad 0 = C, \quad 0 = 16A + B, \\ A &= 1, \quad B = -16, \quad C = 0. \end{aligned}$$

Wobec tego¹

$$\begin{aligned} \int_{1/3}^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (16x^2 + 1)} &= \int_{1/3}^{\infty} \frac{1}{x} - \frac{16x}{16x^2 + 1} dx = \left(\ln|x| - \frac{1}{2} \cdot \ln(16x^2 + 1) \right) \Big|_{x=1/3}^{\infty} = \\ &= \ln \sqrt{\frac{x^2}{16x^2 + 1}} \Big|_{x=1/3}^{\infty} = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \sqrt{\frac{x^2}{16x^2 + 1}} \right) - \ln \sqrt{\frac{1/9}{16/9 + 1}} = \ln \sqrt{\frac{1}{16}} - \ln \sqrt{\frac{1}{16 + 9}} = \\ &= \ln \frac{1}{4} - \ln \frac{1}{5} = \ln \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Podana całka niewłaściwa ma wartość $\ln \frac{5}{4}$.

Uwaga: Całki

$$\int_{1/3}^{\infty} \frac{1}{x} dx, \quad \int_{1/3}^{\infty} \frac{x}{16x^2 + 1} dx$$

są rozbieżne, a granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x|, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(16x^2 + 1)$$

są nieskończone, nie mogą się więc pojawić w rozwiązaniu w konfiguracji prowadzącej do nieoznaczoności $\infty - \infty$.

Odpowiednie porządzenie sobie z przejściem granicznym jest kluczową częścią zadania. Bez tego elementu, nawet przy poprawnym wyniku liczbowym, zadanie nie może zostać uznane za rozwiązane.

143. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_7^{\infty} \frac{dx}{x^3 + x}$ lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

¹Argumenty logarytmów są dodatnie w przedziale całkowania, więc moduły można pominąć.

Rozwiązanie:

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\frac{1}{x^3+x} = \frac{1}{(x^2+1) \cdot x} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x},$$

$$1 = (Ax+B) \cdot x + C \cdot (x^2+1),$$

$$1 = Ax^2 + Bx + Cx^2 + C,$$

$$\begin{cases} 0 &= A+C \\ 0 &= B \\ 1 &= C \end{cases}$$

Stąd otrzymujemy $A = -1$.

Wobec tego

$$\begin{aligned} \int_7^{\infty} \frac{dx}{x^3+x} &= \int_7^{\infty} -\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{x} dx = -\frac{\ln(x^2+1)}{2} + \ln|x| \Big|_{x=7}^{\infty} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{\ln(x^2+1)}{2} + \ln x \right) \right) + \frac{\ln 50}{2} - \ln 7 = \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \sqrt{\frac{x^2}{x^2+1}} \right) + \frac{\ln 50}{2} - \ln 7 = \\ &= \left(\ln \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{1+x^{-2}}} \right) + \frac{\ln 50}{2} - \ln 7 = \ln 1 + \frac{\ln 50}{2} - \ln 7 = \frac{\ln 50}{2} - \ln 7. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Dana w zadaniu całka jest zbieżna i ma wartość $\frac{\ln 50}{2} - \ln 7$.

Uwaga: Poprawne wykonanie przejścia granicznego jest istotną częścią zadania. Bez tego zadanie nie może być uznanane za rozwiązane nawet przy poprawnym wyniku liczbowym.

144. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_6^{\infty} \frac{3x+2}{x^3-4x} dx$ lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

Rozwiązanie:

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\frac{3x+2}{x^3-4x} = \frac{3x+2}{(x-2) \cdot x \cdot (x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x+2},$$

$$3x+2 = A \cdot x \cdot (x+2) + B \cdot (x-2) \cdot (x+2) + C \cdot (x-2) \cdot x. \quad (\heartsuit)$$

W tym miejscu można wymnożyć iloczyny po prawej stronie równości (\heartsuit), a następnie porównując współczynniki występujące po obu jej stronach uzyskać układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi A , B , C .

My jednak wybierzemy inną drogę, a mianowicie podstawimy w równości (♡) kolejno $x = 2$, $x = 0$, $x = -2$ otrzymując odpowiednio

$$\begin{aligned} 8 &= 8A, & \text{skąd} & \quad A = 1, \\ 2 &= -4B, & \text{skąd} & \quad B = -\frac{1}{2}, \\ -4 &= 8C, & \text{skąd} & \quad C = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Wobec tego

$$\begin{aligned} \int_6^{\infty} \frac{3x+2}{x^3-4x} dx &= \int_6^{\infty} \frac{1}{x-2} - \frac{1/2}{x} - \frac{1/2}{x+2} dx = \ln|x-2| - \frac{\ln|x|}{2} - \frac{\ln|x+2|}{2} \Bigg|_{x=6}^{\infty} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\ln|x-2| - \frac{\ln|x|}{2} - \frac{\ln|x+2|}{2} \right) \right) - \ln 4 + \frac{\ln 6}{2} + \frac{\ln 8}{2} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{x-2}{\sqrt{x \cdot (x+2)}} \right) + \frac{-2 \cdot \ln 4 + \ln 6 + \ln 8}{2} = \\ &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x \cdot (x+2)}} \right) + \frac{-4 \cdot \ln 2 + \ln 2 + \ln 3 + 3 \cdot \ln 2}{2} = \\ &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}}} \right) + \frac{\ln 3}{2} = \ln 1 + \frac{\ln 3}{2} = 0 + \frac{\ln 3}{2} = \frac{\ln 3}{2}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Podana całka niewłaściwa jest zbieżna i ma wartość $\frac{\ln 3}{2}$.

145. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_5^{\infty} \frac{2x+3}{x^3-9x} dx$ lub wykazać, że całka ta jest rozbieżna.

Rozwiązanie:

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\begin{aligned} \frac{2x+3}{x^3-9x} &= \frac{2x+3}{(x-3) \cdot x \cdot (x+3)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x+3}, \\ 2x+3 &= A \cdot x \cdot (x+3) + B \cdot (x-3) \cdot (x+3) + C \cdot (x-3) \cdot x. \end{aligned} \quad (\heartsuit)$$

W tym miejscu można wymnożyć iloczyny po prawej stronie równości (♡), a następnie porównując współczynniki występujące po obu jej stronach uzyskać układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi A , B , C .

My jednak wybierzemy inną drogę, a mianowicie podstawimy w równości (♡) kolejno $x = 3$, $x = 0$, $x = -3$ otrzymując odpowiednio

$$9 = 18A, \quad \text{skąd} \quad A = \frac{1}{2},$$

$$3 = -9B, \quad \text{skąd} \quad B = -\frac{1}{3},$$

$$-3 = 18C, \quad \text{skąd} \quad C = -\frac{1}{6}.$$

Wobec tego

$$\begin{aligned} \int_5^{\infty} \frac{2x+3}{x^3-9x} dx &= \int_5^{\infty} \frac{1/2}{x-3} - \frac{1/3}{x} - \frac{1/6}{x+3} dx = \frac{\ln|x-3|}{2} - \frac{\ln|x|}{3} - \frac{\ln|x+3|}{6} \Big|_{x=5}^{\infty} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln|x-3|}{2} - \frac{\ln|x|}{3} - \frac{\ln|x+3|}{6} \right) \right) - \frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 5}{3} + \frac{\ln 8}{6} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \sqrt[6]{\frac{(x-3)^3}{x^2 \cdot (x+3)}} \right) - \frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 5}{3} + \frac{\ln 2}{2} = \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[6]{\frac{(x-3)^3}{x^2 \cdot (x+3)}} \right) + \frac{\ln 5}{3} = \\ &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[6]{\frac{\left(1 - \frac{3}{x}\right)^3}{1 + \frac{3}{x}}} \right) + \frac{\ln 5}{3} = \ln 1 + \frac{\ln 5}{3} = 0 + \frac{\ln 5}{3} = \frac{\ln 5}{3}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Podana całka niewłaściwa jest zbieżna i ma wartość $\frac{\ln 5}{3}$.

146. Obliczyć wartość całki niewłaściwej $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (x+2) \cdot (x+5)}$. Doprowadzić wynik do postaci $w \cdot \ln \frac{p}{q}$, gdzie p, q są liczbami pierwszymi, a w liczbą wymierną dodatnią.

Rozwiązanie:

Rozkładamy funkcję podcałkową na sumę ułamków prostych:

$$\frac{1}{x \cdot (x+2) \cdot (x+5)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+5},$$

$$1 = A \cdot (x+2) \cdot (x+5) + B \cdot x \cdot (x+5) + C \cdot x \cdot (x+2).$$

Podstawiamy² za x wartości 0, -2 i -5 otrzymując odpowiednio

dla $x = 0$ $1 = 10 \cdot A$, skąd $A = 1/10$,

dla $x = -2$ $1 = -6 \cdot B$, skąd $B = -1/6$,

dla $x = -5$ $1 = 15 \cdot C$, skąd $C = 1/15$.

²Można też wymnożyć wyrażenia po prawej stronie, ułożyć układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi A, B i C , porównując współczynniki przy jednakowych potęgach x 'a, a następnie rozwiązać ten układ równań.

Wobec tego³

$$\begin{aligned} \int_4^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (x+2) \cdot (x+5)} &= \int_4^{\infty} \frac{1/10}{x} - \frac{1/6}{x+2} + \frac{1/15}{x+5} dx = \\ &= \frac{1}{30} \cdot (3 \cdot \ln|x| - 5 \cdot \ln|x+2| + 2 \cdot \ln|x+5|) \Big|_{x=4}^{\infty} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{30} \cdot (3 \cdot \ln|x| - 5 \cdot \ln|x+2| + 2 \cdot \ln|x+5|) \right) \right) - \frac{1}{30} \cdot (3 \cdot \ln 4 - 5 \cdot \ln 6 + 2 \cdot \ln 9) = \\ &= \frac{1}{30} \cdot \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \frac{x^3 \cdot (x+5)^2}{(x+2)^5} \right) - \frac{1}{30} \cdot (6 \cdot \ln 2 - 5 \cdot \ln 2 - 5 \cdot \ln 3 + 4 \cdot \ln 3) = \\ &= \frac{1}{30} \cdot \ln \left(\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{5}{x}\right)^2}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)^5} \right) - \frac{1}{30} \cdot (\ln 2 - \ln 3) = \frac{1}{30} \cdot \ln 1 + \frac{1}{30} \cdot (\ln 3 - \ln 2) = \frac{1}{30} \cdot \ln \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Odpowiedź: Podana całka niewłaściwa ma wartość $\frac{1}{30} \cdot \ln \frac{3}{2}$.

Uwaga: Całki

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{x} dx, \quad \int_4^{\infty} \frac{1}{x+2} dx, \quad \int_4^{\infty} \frac{1}{x+5} dx$$

są rozbieżne, a granice

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x|, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x+2|, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \ln|x+5|$$

są nieskończone, nie mogą się więc pojawić w rozwiązaniu w konfiguracji prowadzącej do nieoznaczoności $\infty - \infty$.

147. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej $\int_0^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}}$.

Rozwiązanie:

Dzieląc przedział całkowania otrzymujemy

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}} = \int_0^1 \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}} + \int_1^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}}.$$

Wykażemy, że każda z dwóch całek występujących w powyższej sumie jest zbieżna. W tym celu zauważymy, że funkcja podcałkowa jest dodatnia i skorzystamy z kryterium porównawczego dla całek niewłaściwych.

Otrzymujemy

$$\int_0^1 \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}} \leq \int_0^1 \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{0 + x^8}} = \int_0^1 \frac{dx}{x^{4-\pi}} < +\infty,$$

³Argumenty logarytmów są dodatnie w przedziale całkowania, więc moduły można pominąć.

bo $4 - \pi < 1$.

Podobnie

$$\int_1^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + x^8}} \leq \int_1^{\infty} \frac{x^{\pi} dx}{\sqrt{x^9 + 0}} = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{4,5-\pi}} < +\infty,$$

bo $4,5 - \pi > 1$.

148. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej $\int_0^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + x^3}$.

Rozwiązanie:

Dzieląc przedział całkowania otrzymujemy

$$\int_0^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + x^3} = \int_0^1 \frac{x^e dx}{x^4 + x^3} + \int_1^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + x^3}.$$

Wykażemy, że każda z dwóch całek występujących w powyższej sumie jest zbieżna. W tym celu zauważymy, że funkcja podcałkowa jest dodatnia i skorzystamy z kryterium porównawczego dla całek niewłaściwych.

Otrzymujemy

$$\int_0^1 \frac{x^e dx}{x^4 + x^3} \leq \int_0^1 \frac{x^e dx}{0 + x^3} = \int_0^1 \frac{dx}{x^{3-e}} < +\infty,$$

bo $3 - e < 1$.

Podobnie

$$\int_1^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + x^3} \leq \int_1^{\infty} \frac{x^e dx}{x^4 + 0} = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{4-e}} < +\infty,$$

bo $4 - e > 1$.

149. Udowodnić zbieżność całki niewłaściwej $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx$.

Rozwiązanie:

Dzieląc przedział całkowania otrzymujemy

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx = \int_0^1 \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx + \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx.$$

Wykażemy, że każda z dwóch całek występujących w powyższej sumie jest zbieżna. W tym celu zauważymy, że funkcja podcałkowa jest dodatnia i skorzystamy z kryterium porównawczego dla całek niewłaściwych.

Otrzymujemy

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx \leq \int_0^1 \frac{\sqrt{3x^3 + x^3}}{\sqrt[3]{0 + x^7}} dx = 2 \cdot \int_0^1 \frac{dx}{x^{5/6}} < +\infty,$$

bo $5/6 < 1$.

Podobnie

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + x^3}}{\sqrt[3]{x^{11} + x^7}} dx \leq \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x^5 + 3x^5}}{\sqrt[3]{x^{11} + 0}} dx = 2 \cdot \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{7/6}} < +\infty,$$

bo $7/6 > 1$.

150. Wyznaczyć zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru p , dla których całka niewłaściwa $\int_0^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx$ jest zbieżna.

Rozwiązanie:

Dzieląc przedział całkowania otrzymujemy

$$\int_0^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx = \int_0^1 \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx + \int_1^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx.$$

Zbadamy, dla których wartości parametru p całki występujące w powyższej sumie są zbieżne. W tym celu zauważymy, że funkcja podcałkowa jest dodatnia i skorzystamy z kryterium porównawczego dla całek niewłaściwych.

Otrzymujemy

$$\int_0^1 \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx \leq \int_0^1 \frac{x^p}{\sqrt{0 + x^3}} dx = \int_0^1 \frac{dx}{x^{3/2-p}} < +\infty,$$

o ile $3/2 - p < 1$, czyli $p > 1/2$.

Ponadto

$$\int_0^1 \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx \geq \int_0^1 \frac{x^p}{\sqrt{x^3 + x^3}} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \int_0^1 \frac{dx}{x^{3/2-p}} = +\infty,$$

o ile $3/2 - p \geq 1$, czyli $p \leq 1/2$.

Podobnie

$$\int_1^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx \leq \int_1^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + 0}} dx = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{2-p}} < +\infty,$$

o ile $2 - p > 1$, czyli $p < 1$.

Ponadto

$$\int_1^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^3}} dx \geq \int_1^{\infty} \frac{x^p}{\sqrt{x^4 + x^4}} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{2-p}} = +\infty,$$

o ile $2 - p \leq 1$, czyli $p \geq 1$.

Wniosek: Jeżeli $1/2 < p < 1$, to obydwie całki powstałe z podziału przedziału całkowania są zbieżne, a więc i wyjściowa całka jest zbieżna. W przeciwnym razie jedna z tych całek jest rozbieżna, a zatem wyjściowa całka jest rozbieżna.

Odpowiedź: Podana całka jest zbieżna dla $p \in (1/2, 1)$.