**Zadania do omówienia na ćwiczeniach w czwartek 29.04.2021.**
**Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.**

**164.** Udowodnić zbieżność szeregu
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot(2n-1)\cdot(2n+1)}{(3n-1)\cdot(3n+2)\cdot(3n+5)}\,.$$

**165.** Udowodnić zbieżność szeregu
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot n}{n^2+2}\,.$$

**166.** Udowodnić zbieżność szeregu
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}{(3n+1)\cdot(3n+4)\cdot(3n+7)\cdot(3n+10)}\,.$$

**167.** Udowodnić zbieżność szeregu
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot\sqrt{n}}{n+100}\,.$$

**168.** Udowodnić zbieżność szeregu
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n\cdot\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\right).$$

**169.** Wiedząc, że
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}=\ln 2\,,$$
obliczyć sumę permutacji szeregu anharmonicznego, w której na przemian występuje 100 wyrazów dodatnich i jeden ujemny:
$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{199}-\frac{1}{2}+\frac{1}{201}+\frac{1}{203}+\ldots+\frac{1}{399}-\frac{1}{4}+\frac{1}{401}+\frac{1}{403}+\ldots+\frac{1}{599}-\frac{1}{6}+$$
$$+\frac{1}{601}+\frac{1}{603}+\ldots+\frac{1}{799}-\frac{1}{8}+\frac{1}{801}+\frac{1}{803}+\ldots+\frac{1}{999}-\frac{1}{10}+\frac{1}{1001}+\frac{1}{1003}+\ldots$$

**170.** Wśród poniższych sześciu szeregów wskaż szereg zbieżny, a następnie udowodnij jego zbieżność. Jeśli potrafisz, oblicz jego sumę.

**(A)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+1)}{7n+10}$ **(B)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n^2+1)}{3n^2+n}$ **(C)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{n^2+n}$

**(D)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n^2+1)}{2n^2+1}$ **(E)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(3n^2+1)}{77n-1}$ **(F)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{2011n+2012}$

**171.** Podaj w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór wszystkich wartości rzeczywistych parametru $p$, dla których podany szereg liczbowy jest zbieżny.

**a)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(p^2-3\right)^n$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in$ ..............................................

**b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(p^2-5\right)^n}{\sqrt{n}}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in$ ..............................................

**c)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(p^2-8\right)^n}{n}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in$ ..............................................

**d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\left(p^2-10\right)^n}{n^2}$ jest zbieżny $\Leftrightarrow$ $p\in$ ..............................................

**172.** W każdym z poniższych 16 pytań w miejscu kropek postaw jedną z liter **Z, R, N**:
**Z** - jest **Z**bieżny (tzn. musi być zbieżny)
**R** - jest **R**ozbieżny (tzn. musi być rozbieżny)
**N** - może być zbieżny lub rozbieżny (tzn. **N**ie wiadomo, czasem jest zbieżny, a czasem rozbieżny)

Wiadomo, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ jest zbieżny, szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ jest rozbieżny, ciąg $(c_n)$ jest zbieżny, ciąg $(d_n)$ jest rozbieżny. Co można wywnioskować o zbieżności

**a)** ciągu $(a_n)$ ................ **b)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}c_n$ ................

**c)** ciągu $(b_n)$ ................ **d)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}d_n$ ................

**e)** ciągu $(a_n+b_n)$ ............. **f)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ .............

**g)** ciągu $(c_n+d_n)$ ............. **h)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(c_n+d_n)$ .............

**i)** ciągu $(a_n+c_n)$ ............. **j)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+c_n)$ .............

**k)** ciągu $(a_n+d_n)$ ............. **l)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+d_n)$ .............

**m)** ciągu $(b_n+c_n)$ ............. **n)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(b_n+c_n)$ .............

**o)** ciągu $(b_n+d_n)$ ............. **p)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(b_n+d_n)$ .............

W każdym z czterech kolejnych zadań udziel siedmiu **niezależnych** odpowiedzi:
**Z** - jest **Z**bieżny (tzn. musi być zbieżny, a przy tym szereg spełniający podany warunek istnieje)
**R** - jest **R**ozbieżny (tzn. musi być rozbieżny, a przy tym szereg spełniający podany warunek istnieje)
**N** - może być zbieżny lub rozbieżny (tzn. **N**ie wiadomo, czasem jest zbieżny, a czasem rozbieżny)
**X** - nie istnieje szereg spełniający podany warunek

Co można wywnioskować o zbieżności szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, jeżeli wiadomo, że jego wyrazy są różne od zera, a ponadto ciąg jego wyrazów $(a_n)$ spełnia podany warunek

**173.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = g$, gdzie

**a)** $g=-3$ ......... **b)** $g=-1$ ......... **c)** $g=-1/3$ .........

**d)** $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

**174.** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = g$, gdzie

**a)** $g=-3$ ......... **b)** $g=-1$ ......... **c)** $g=-1/3$ .........

**d)** $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

**175.** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = g$, gdzie

**a)** $g=-3$ ......... **b)** $g=-1$ ......... **c)** $g=-1/3$ .........

**d)** $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

**176.** $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = g$, gdzie

**a)** $g=-3$ ......... **b)** $g=-1$ ......... **c)** $g=-1/3$ .........

**d)** $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....